UNIVERSIDAD DE QUINTANA ROO

División de Ciencias e Ingeniería

Propuesta didáctica:

Comprensión del Teorema de Tales Basado en la Resolución de Problemas en el Nivel Medio Superior

TESIS

Para obtener el grado de

Maestro en Enseñanza de las Matemáticas

PRESENTA

Arturo Gómez de los Santos

DIRECTORA DE TESIS

M.T.I. Melisa Blanqueto Estrada

ASESORES

Dr. César Cristóbal Escalante

Dra. Verónica Vargas Alejo

Dr. Jaime Silverio Ortegón Aguilar

MES. Roberto Acosta Olea

Chetumal, Quintana Roo, México, Marzo de 2013.

UNIVERSIDAD DE QUINTANA ROO

División de Ciencias e Ingeniería

Trabajo detesis elaborado bajo supervisión del comité de asesoría y aprobado como requisito parcial para obtener el grado de:

Maestro en Enseñanza de las Matemáticas

Comité de Tesis

MTI. Melissa Blanqueto Estrada
Directora

Dr. César Cristóbal Escalante
Asesor

Dra. Verónica Vargas Alejo
Asesor

Dr. Jaime Silverio Ortegón Aguilar
Asesor

MES. Roberto Acosta Olea
Asesor

Chetumal, Quintana Roo, México, Marzo de 2013.

Agradecimientos

Agradezco a los revisores de esta tesis, ya que sus comentarios y observaciones dieron lugar al enriquecimiento de esta misma,de la misma manera a mis seres queridos: mi esposa Marisa, mi hija Estefanía y mi hijo Raudi, los cuales sin su apoyo y comprensión no habría sido posible culminar mis estudios de maestría.

Agradezco a mi directora de tesis la maestra Melissa Blanqueto Estrada que con su paciencia y asiduidad pudo orientarme en la elaboración y culminación de esta propuesta.

Agradezco también a la universidad de Quintana Roo, el haberme considerado un espacio para realizar la **Maestría en Enseñanza de las Matemáticas**, sin duda, las estrategias didácticasadquiridas, serán aplicadas en la instancia educativa en la que actualmente laboro.

Agradezco los apoyos económicos que la propia universidad gestionó, ya que permitieron solventar los gastos generados por inscripción y materiales impresos utilizados.

Por último, agradezco el apoyo de mis compañeros, ya que siempre hubo disponibilidad para compartir sus destrezas y habilidades en algunos temas, los cuales contribuyeron y forman parte del conocimiento adquirido.

Dedicatoria

Dedico este trabajo a mis profesores de la maestría, ya que con su paciencia y buena voluntad pudieron dirigir mi deseo de superación.

A mis amigos, por los momentos tan agradables que pasamos dentro y fuera del aula de clases.

A mi esposa e hijos que son el motor de mi existir y que sin su comprensión, no hubiese sido posible la culminación de este trabajo, sinceramente….gracias.

A mis padres, aunque físicamente no se encuentren cerca de mí, sé que mis logros, también son los de ellos, sinceramente…gracias.

Resumen

A partir del ciclo Escolar 2009-2010, la Dirección General del Bachillerato, incorporó en su plan de estudios los principios básicos de la Reforma Integral de la Educación Media Superior, cuyo propósito es proporcionar una educación pertinente y relevante al estudiante. Para el logro de tal fin, uno de los ejes principales es el enfoque educativo basado en el desarrollo de competencias. Entendiéndose por competencia como la capacidad que debe tener el egresado de Bachillerato, de movilizar recursos cognitivos para hacer frente a un tipo de situaciones.

Con el propósito de contribuir y fortalecer las competenciasdel alumno, en el área de las matemáticas, particularmente en la geometría, la presente tesis permitió abordar el teorema de Tales, auxiliándose en la aplicación de secuencias didácticas, diseñadas de tal manera que permitieran alos alumnos la comprensión de los elementos de dicho teorema. Esta propuesta fue aplicada a los alumnosdeEducación Media Superior a Distancia (EMSAD) de la localidad Noh-Bec, Municipio de Felipe Carrillo Puerto, Estado de Quintana Roo, en el mes de noviembre de 2010 con una duración de diez sesiones.

Esta tesis comprende cinco capítulos, el primero habla de los antecedentes, objetivos y la justificación de este trabajo.

El capítulo dos es el marco teórico o referencial, en él se sustenta la importancia que tienela resolución de problemas para la comprensión de las Matemáticas.

En el capítulo tres sedescribe el proceso de como se aplicaron las secuencias didácticas, de la misma manera, responde a las interrogantes: ¿Qué criterios se utilizaron para establecer la organización de las actividades? ¿Qué deben poder hacer los estudiantes al finalizar la propuesta?

En el capítulo cuatro se analizan los resultados, después de haber aplicado las secuencias didácticas. Para ello, se hacen uso de tablas y gráficas para concentrar los resultados obtenidos.

El capítulo cinco resume el trabajo global de esta tesis y las conclusiones sobre el avance de los estudiantes respecto a la comprensión del teorema de Tales basado en la resolución de problemas, de la misma manera se comenta con respecto al cumplimiento de los objetivos que se plantearon en este trabajo.

Contenido

Índice de figuras

Índice de Tablas

Capítulo 1. Introducción

Antecedentes

Reforma Integral a la Educación Media Superior

A partir del Ciclo Escolar 2009-2010 la Dirección General del Bachillerato incorporó en su plan de estudios los principios básicos de la Reforma Integral de la Educación Media Superior(RIEMS) cuyo propósito es fortalecer y consolidar la identidad de este nivel educativo en todas sus modalidades y subsistemas; proporcionar una educación pertinente y relevante al estudiante que le permita establecer una relación entre la escuela y su entorno; y facilitar el tránsito académico de los estudiantes entre los subsistemas y las escuelas.

La Secretaría de Educación Pública, convocó a las diferentes instancias educativas de nivel medio superior a la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS), la cual se concibe como una oportunidad para constituir un Sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad (RIEMS, 2009).

Cabe destacar que el enfoque educativo que se promueve es el de la educación basada en competencias.En los documentos se concibe una competencia como la movilización y transferencia de los conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes del individuo, con la intención de resolver problemas que le plantea su contexto, optimizando los recursos con que cuenta y aprendiendode ello.

Competencias disciplinares básicas de Matemáticas

Según el Sistema Nacional de Bachillerato “Las competencias disciplinares de matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad, el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos”. A continuación se enlistan las Competencias Disciplinares Básicas de Matemáticas:

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

El plan de estudio de la Dirección General del Bachillerato tiene como objetivos:
1. Proveer al educando de una cultura general que le permita interactuar con su entorno de manera activa, propositiva y crítica (componente de formación básica);

2. Prepararlo para su ingreso y permanencia en la educación superior, a partir de sus inquietudes y aspiraciones profesionales (componente de formación propedéutica);
3. Y finalmente promover su contacto con algún campo productivo real que le permita, si ese es su interés y necesidad, incorporarse al ámbito laboral (componente de formación para el trabajo).

Como parte de la formación básica anteriormente mencionada, a continuación se presenta el programa de estudios de la asignatura de Matemáticas II, que pertenece al campo disciplinar de Matemáticas y se integra en diez bloques. En el bachillerato general se busca consolidar y diversificar los aprendizajes y desempeños, ampliando y profundizando el desarrollo de competencias relacionadas con el campo disciplinar, que promueve la asignatura de Matemáticas II. Por tanto, las matemáticas del nivel medio superior dotarán a los alumnos de las herramientas necesarias para utilizarlas en la resolución de problemas de su contexto. Para esto la asignatura de Matemáticas II, contribuye a que el estudiante utilice distintos procedimientos geométricos, para representar relaciones entre magnitudes constantes y variables, resolver problemas, por ejemplo, diseño de figuras, ampliaciones o reducciones de objetos o imágenes, medidas de los lados en un triángulo y cálculo de distancias inaccesibles. Para que el alumno pueda llegar al objetivo que plantea la asignatura de Matemáticas II, se requieren herramientas sólidas, tal como el teorema de Tales, considerado en el bloque III. Mediante la aplicación correcta de este teorema se fortalecerán las competencias de formulación y resolución de problemas, así como la argumentación en la solución.

Matemáticas II en el Nivel Medio Superior

La asignatura de Matemáticas II es la segunda de un conjunto de cuatro, que forman el campo de las Matemáticas y su antecedente es la asignatura de Matemáticas I. En esta primera asignatura de bachillerato, según lo menciona el plan de estudio de Matemáticas II, los estudiantes empiezan a plantear y resolver problemas en distintos ámbitos de su realidad, así como a justificar la validez de los procedimientos y resultados, empleando el lenguaje matemático como un elemento más de comunicación.

Los bloques que incluye la asignatura de Matemáticas II, son los siguientes:
Bloque I. Utilizas ángulos y relaciones métricas
Bloque II. Comprendes la congruencia de triángulos
Bloque III. Resuelves problemas se semejanza de triángulos y teorema de Pitágoras
Bloque IV. Reconoces las propiedades de los polígonos
Bloque V. Empleas la circunferencia
Bloque VI. Describes las relaciones trigonométricas para resolver triángulos rectángulos
Bloque VII. Aplicas las funciones trigonométricas
Bloque VIII. Aplica las leyes de los senos y cosenos
Bloque IX. Aplicas la estadística elemental
Bloque X. Emplea los conceptos elementales de la probabilidad

Como puede observarse cada bloque tiene contenidos que los diferencia entre sí. Sin embargo, la conexión entre los bloques II, III, VI, VII, y VIII es bastante fuerte, ya que se refiere al cálculo de lados en los triángulos, y el teorema de Tales será una herramienta útil que el alumno tendrá al alcance en la resolución de los problemas que se le planteen.

Mapa conceptual de Matemáticas II y sus alcances

De acuerdo al programa de Matemáticas II, los alumnos deben lograr los siguientes alcances.

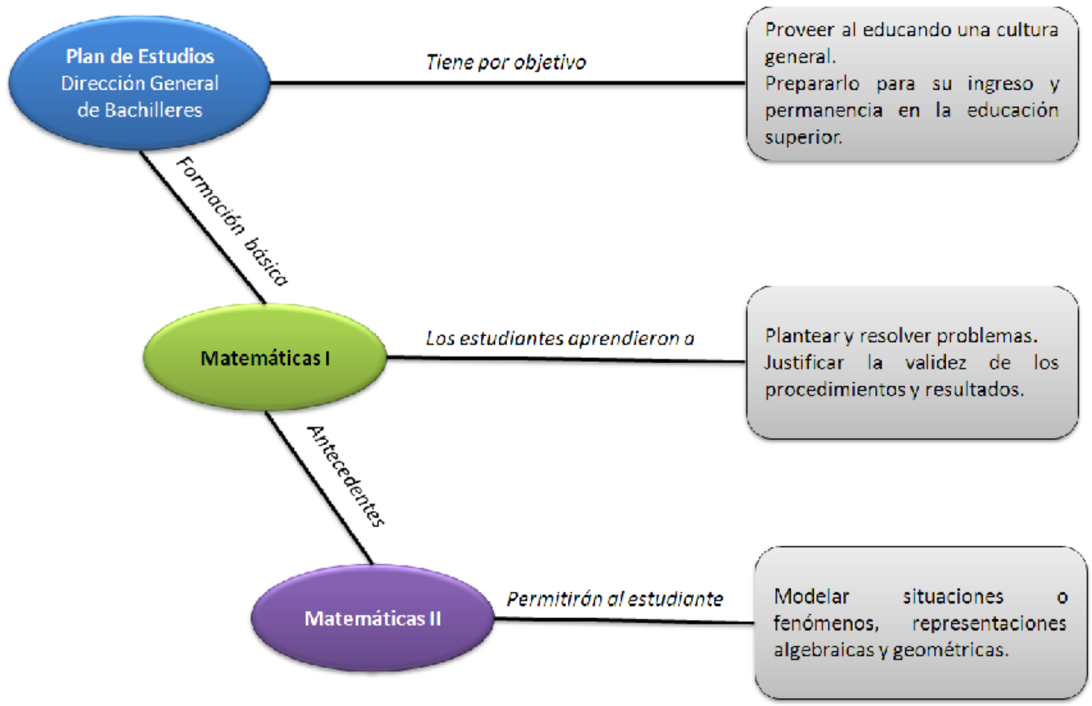


Figura 1. Mapa conceptual de Matemáticas II y sus alcances

Bloque III de Matemáticas II

Para una mejor comprensión de los temas de semejanza de triángulos, en el bloque III, es necesario que el alumno comprenda los conceptos de razón y cómo se establece la proporcionalidad de los lados en un triángulo o en cualquier figura geométrica que cumpla ciertas condiciones.

Competencias a desarrollar en el bloque III

El bloque III de Matemáticas II tiene como objetivo desarrollar la competencia del estudiante para utilizar los criterios de semejanza, del teorema de Tales y del teorema de Pitágoras, en la solución de problemas.

Según la RIEMS en la asignatura de Matemáticas II, los alumnos deben de desarrollar las siguientes competencias:

1. Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
2. Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
3. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
4. Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.
5. Elige las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.
6. Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimientos.
7. Propone manera de solucionar un problema y desarrolla un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.
8. Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.
9. Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

Se observa que la resolución de problemas es una de las competencias que el alumno debe de desarrollar, ya que le permite aportar sus puntos de vista y considera los de otras personas de manera reflexiva; fomentando así la competencia del trabajo colaborativo.

Por tal situación,la propuesta didácticade este trabajo se orienta a la resolución de problemas a través de la aplicación del teorema de Tales.Tanto el plan de estudios como los programas de los cursos, hacen énfasis en desarrollar las competencias para resolver problemas, comunicar sus ideas, trabajar con otras personas, evaluar su trabajo y el de los demás. Esto no se aprende en un solo curso, sino que se va desarrollando en todo el ciclo. En cada curso, y mediante cada actividad se contribuye de alguna forma al desarrollo de estas competencias.

Cabe también mencionar que el teorema Tales, permite reforzar o profundizar en el tema de semejanza, lo que permite dotar al estudiante de una herramienta más que le permitiráobtener la medida de un lado desconocido, a través de la aplicación correcta de las proporciones entre sus lados.

El teorema de Tales permitió resolver un problema que fue planteado como un verdadero reto para los matemáticos.Tales consiguió medir la altura de la gran Pirámide Keops, de una manera ingeniosa…

"La relación que yo establezco con mi sombra es la misma que la pirámide establece con la suya".

De ahí dedujo*:* "En el mismo instante en que mi sombra sea igual que mi estatura, la sombra de la pirámide será igual a su altura." He aquí la solución que buscaba*.*

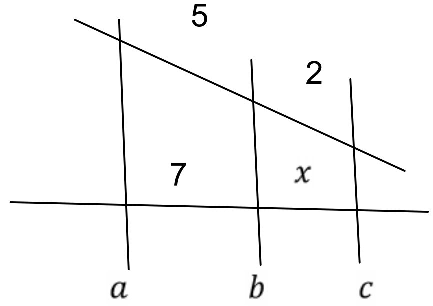
A continuación se enuncia el teorema de Tales, según A. Baldor (1997) de su libro Geometría Plana y del Espacio.

Teorema de Tales: Si varias paralelas cortan a dos transversales, determinan en ellas segmentos correspondientes proporcionales.

Otros tipos de problemas que los alumnos pueden resolver haciendo uso del teorema de Tales son los siguientes:

1. Un semáforo de 3m proyecta una sombra de 8 m, si a esa misma hora un edificio proyecta una sombra de 30 m. ¿Cuál es la altura del edificio?

2. Las rectas $a, b\ y\ c$ son paralelas. Calcular el valor de x



En el breve trayecto como profesor de matemáticas, he observado que algunasbibliografías de Matemáticas, enuncian y demuestran el teorema de Tales, seguidamente se resuelven uno o dos ejercicios sin especificar los detalles, los cuales considero son útiles para la comprensión y aplicación del teorema.

Por ejemplo, el libro de Geometría Plana y del Espacio de A. Baldor (1997), no resuelve ni plantea ningún problema, simplemente lo enuncia y lo demuestra, pero queda vacío en la ejemplificación del teorema, restándole la importancia a la aplicación de dicho resultado.

Con respecto a los detalles que se pierden en los libros, podríamos enlistar los siguientes:

1. Especificar qué rectas son paralelas
2. Cuales son las transversales
3. Qué segmentos de rectas son los proporcionales
4. Cómo redactar de manera correcta las proporciones
5. ¿Qué pasaría si las rectas no son paralelas?

Las secuencias didácticas que se elaboraron serán de beneficio para otros profesores y alumnos en la aplicación del teorema de Tales. Permitirán guiar a los estudiantes hacia un aprendizaje significativo, lo cual debe observarse mediante el análisis de las hojas de trabajo correspondientes a las actividades que se desarrollan.

¿Qué es una secuencia didáctica?

Según Obaya (2000) se entiende como secuencia didáctica una propuesta flexible que puede y debe, adaptarse a la realidad concreta a la que intenta servir, de manera que sea susceptible a un cierto grado de estructuración del proceso enseñanza-aprendizaje con objeto de evitar la improvisación constante y la dispersión, mediante un proceso reflexivo en el que participan los estudiantes, los profesores, los contenidos de la asignatura y el contexto. Es también una herramienta que permite analizar e investigar la práctica educativa.

¿Por qué es importante comprender el teorema de Tales?

La importancia en la comprensión de este teorema, es su aplicación a un número considerable de problemas. También involucra muchos conceptos que servirán como herramientas que los jóvenes podrán usar en otro tipo de situaciones. Algunos de estos conceptos son: identificación de rectas paralelas, rectas paralelas cortadas por dos transversales, razón y proporciones.

Justificación

Las secuencias didácticas que se proponen contribuyen al fortalecimiento de las competencias que el plan de estudios de Matemáticas II demanda. Cada secuencia está asociada a una hoja de trabajo que permitirá a los estudiantes registrar su participación en las actividades que se plantean y de esta forma el profesor podrá verificar el grado de comprensión de los temas.

¿Por qué utilizar las secuencias didácticas?

Se deben usar las secuencias didácticas, ya que son considerados como instrumentos rectores que permiten al docente analizar la práctica educativa, de la misma manera evita la improvisación, permitiendo al docente y al alumno su participación en la construcción de los aprendizajes.

En la presente propuesta, las secuencias han sido elaboradas insertando actividades que el alumno debe ir resolviendo, de tal manera que permita al docente darle el seguimiento apropiado y orientar las actividades haciala comprensión de este teorema.

Por tanto, consideramos, que esta propuesta pedagógica, fortalecerá el conocimiento y habilidad en los alumnos del nivel medio superior, ya que podrán aplicar el teorema de Tales en la resolución de problemas, al cual considero se le ha restado importancia a pesar de la gran cantidad de problemas que se pueden resolver con él.

Objetivo

Aplicar las secuencias didácticas yverificar que su correcta aplicación contribuye a mejorar la comprensión del teorema de Tales.

Por las características de la presente propuesta, de contribuir al enriquecimiento de la comprensión de los temas: razón, proporciones, trazo de rectas paralelas cortadas por una transversal y la aplicación correcta de la proporción en un teorema que cumple con las hipótesis del teorema de Tales, planteamos los objetivos particulares de la siguiente manera:

Objetivos particulares

Verificar la comprensión de paralelismo y proporcionalidad

El alumno deberá redactar correctamente la proporcionalidad entre los lados correspondientes, en situaciones donde se cumpla el teorema de Tales.

Aplicar el teorema de Tales en la resolución de problemas, para la comprensión del mismo.

La siguiente propuesta, aborda los elementos que involucra el teorema de Tales: proporcionalidad, identificación de rectas paralelas y resolución de problemas. Así mismo, después de aplicar cada secuencia, se aplican hojas de trabajo, las cuales son instrumentos que nos permite recabar información sobre la comprensión o no de los temas de cada secuencia; de la misma manera permite identificar los errores más comunes que los alumnos cometen al aplicar el teorema de Tales en la resolución de problemas.

Viabilidad de la propuesta

La propuesta es viable, ya que no se requiere de grandes recursos económicos, de la misma manera los materiales a utilizar, están al alcance de la institución (aula, pintarrón, marcadores, hojas blancas, cuerdas y estacas), así mismo se cuenta con la disposición de los alumnos para trabajar en dicho proyecto, lo cual es fundamental, ya que sin su disponibilidad cualquier estrategia didáctica sería un fracaso.

La importancia de la presente propuesta, radica esencialmente en que el alumno es favorecido con una herramienta más, la cual podrá usar en temas de semejanza o de matemáticas más avanzadas, como por ejemplo cuando se desea calcular las coordenadas de un punto P, cuando éste divide a un segmento $\overline{AB}$ en una razón dada, o cuando desea calcular algún lado desconocido de un triángulo, cuando éste es cortado por una recta paralela a alguno de sus lados.

Cabe también mencionar que el tiempo estimado que se requiere para aplicar las secuencias didácticas, es aproximadamente de dos semanas, lo que equivale a ocho sesiones de clases, dando un total de 12 horas.

Capítulo 2. Marco Teórico

En este apartado se presenta el marco referencial donde se describe la importancia de la resolución de problemas para la comprensión del teorema de Tales.

Uno de los problemas que presenta la enseñanza de la geometría en los niveles básicos y medio superior, en particular en nuestro subsistema de educación bachillerato, es que con frecuencia sus contenidos están muylimitados. La enseñanza se limita a presentar algunas definiciones, teoremas y demostraciones para que los alumnos memoricen o solamente existe el interés por iniciarlos en la geometría axiomática; donde sólo importa memorizar conceptos, propiedades y algoritmos, sin detenerse en el análisis, en la resolución de problemas, en el razonamiento, en el planteamiento de conjeturas y en la representación de los objetos matemáticos.

Sánchez citado por Brihuega (2000) nos comenta que: “Las Matemáticas no deben enseñarse ya de una manera expositiva, estática, transmitida por el profesor a un conjunto de alumnos pasivos. Es preciso que éstos participen, observen, exploren hagan conjeturas y se enfrenten con problemas que les interesan” (p. 10), ya que de esta manera serán individuos deductivos, críticos y analíticos.Entendiéndose como individuo deductivo, como aquella persona que es capaz de poder llegar a un resultado, después del análisis de una situación, de la misma manera un individuo es crítico, cuando es capaz de poder sugerir o corregir con argumentos fundamentados.

De no enseñarse, tal como se hace mención, se estará provocando el desinterés en la materia, que el estudiante no sea capaz de establecer relaciones entre los conocimientos ya adquiridos y en consecuencia se den altos índices de reprobación o en su defecto el aprovechamiento académico en dicha asignatura sea mínimo.

Por tanto el nivel medio superior tiene que partir de un enfoque geométrico de la trigonometría y del estudio analítico de la geometría del plano, que debe desarrollarse de forma creativa e imaginativa, superando la presentación inicial clásica de forma algebraica.

Con base a lo anterior se hace el siguiente planteamiento: ¿Cómo influye la aplicación de secuencias didácticas, en la comprensión del teorema de Tales basado en la resolución de problemas? ¿Contribuye la resolución de problemas al logro de las competencias?

Santos (1997), comenta que en los últimos veinticinco años, se ha identificado la necesidad de resolver problemas para el aprendizaje de matemáticas. De la misma manera sugiere que la interacción de los alumnos con problemas y las estrategias empleadascontribuyen al desarrollo de una buena disposición hacia el estudio de las matemáticas. Por tanto al analizar el aprovechamiento matemático de los estudiantes, es importante responder a la pregunta ¿Qué significa que un estudiante aprenda matemáticas? Una respuesta muy conocida a esta pregunta, relaciona al aprendizaje matemático como una serie de pedazos de información (conceptos y habilidades) con una secuencia ordenada. Sin embargo, bajo este contexto las matemáticas se ven como un cuerpo de conocimientos acotado y estático que el estudiante debe aprender por mecanización. El aprender matemáticas se refiere a que el estudiante desarrolle o construya las ideas matemáticas, por lo que posiciona a ésta como una disciplina, como un cuerpo dinámico en constante expansión. En este proceso el alumno recolecta información, descubre relaciones, y discute sus ideas, plantea conjeturas, evalúa y contrasta sus resultados. Como consecuencia, en el aprendizaje de las matemáticas es importante el proceso y el sentido que los estudiantes muestran en el desarrollo o construcción de las ideas matemáticas.

Un aspecto importante relacionado con las dificultades de los estudiantes al resolver un problema, son los recursos con los que no cuenta el alumno; según Santos (1997), en un estudio que se hace mediante la resolución de un problema de geometría, aplicado a alumnos y a especialistas, se afirma que al final es el matemático quien resuelve primero el problema, ya que se nota la dificultad que tienen los estudiantes para tener acceso a los recursos que les permitan presentar mejores caminos de solución. Sin embargo se menciona que inicialmente el matemático mostró algunas dificultades, al plantear correctamente el problema, esto no por falta de recursos, sino por el tipo de problemas a los cuales no se había enfrentado. Esto muestra entonces, que la resolución de problemas, hace poner a disposición los recursos, adquiridos de forma aislada, para utilizarlos en situaciones complejas.

Romberg (1992), ilustra la idea de hacer matemáticas con la música: afirma que la música, al igual que las matemáticas, posee varias ramas (clásica, jazz, instrumental, etc.).También tiene un sistema notacional; sin embargo no importa cuántos componentes uno aprenda, esto no es hacer música. De la misma manera, hacer gráficas, resolver ecuaciones, aprender conceptos matemáticos etc., eso no es desarrollar matemáticas.

Según Santos (1997), hacer o desarrollar matemáticaincluye resolver problemas, abstraer, probar y encontrar el sentido de las matemáticas.

En este proceso, el estudiante no solo asimila un conjunto de conocimientos y habilidades matemáticas formales si no también aspectos relacionados con el sentido de las matemáticas. Es decir, aprender matemáticas es un proceso que incluye el encontrar sentido a las relaciones, separarlas y analizarlas para distinguir y discutir sus conexiones con otras ideas; en este sentido el contexto cognitivo del alumno es favorecido.

Contexto cognitivo

El cognitivismo es una teoría psicológica cuyo objeto de estudio es como la mente interpreta, procesa y almacena la información en la memoria. Dicho de otro modo, se interesa por la forma en que la mente humana piensa y aprende.

Durante muchos años se ha aceptado una concepción educativa que no distingue entre entrenamiento y enseñanza, es decir hemos supuesto que el conocimiento debe ser entregado al alumno sin que éste de un menor esfuerzo; sin embargo, según Moreno (2000) resolver problemas en el sentido amplio, como lo establecen la mayoría de los propósitos de la educación científica en todos los países, exige del estudiante una comprensión, que va más allá de este primer nivel.

En el estudio de las matemáticas, la actividad de resolver y formular problemas, desempeña un papel muy importante cuando se discuten las estrategias y el significado de las soluciones (Santos 1992).

Halmos (1980), menciona que en las matemáticas existen axiomas, principios y métodos importantes; pero el resolver problemas es el corazón de esta disciplina. De la misma manera Kleiner (1986), afirma que el desarrollo de conceptos y teorías matemáticas se originan a partir de un esfuerzo por resolver determinado problema.

Por tanto para que los estudiantes vean a las matemáticas como una actividad con sentido, necesitan aprenderlas en un salón de clases que sea un microcosmos de la cultura matemáticas.Es decir las secuencias didácticas deben considerar actividades que tengan sentido para el alumno, solo de esta manera se puede lograr la atención y el interés por las matemáticas.

En este contexto surge esta propuesta didáctica, de relacionar los aprendizajes con la resolución de problemas.

Por tanto en esta propuesta, nos abocaremos al desarrollo de las competencias de resolución de problemas, enfocados a la comprensión del teorema de Tales, aplicando secuencias didácticas, éstas están diseñadas para proporcionar al estudiante una serie de situaciones, que involucran conceptos, construcción, demostración y la aplicación del teorema antes mencionado.

Según Filloy y Lema (1985), el teorema de Tales,representa un corte didáctico para la adquisición de competencias, para el uso de conceptos matemáticos importantes, que van desde las primeras nociones de algunos modelos de los racionales hasta las propiedades de la variación continua lineal; desde la introducción de las funciones lineales y su representación algebraica, hasta su uso en la representación geométrica en la trigonometría y los inicios del cálculo infinitesimal.

Ser competente en un campo complejo como el matemático supone tener habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad, y aplicar con propiedad lo aprendido en un contexto, a otro contexto. Uno de los hallazgos más importantes de la investigación es que la comprensión conceptual es un componente fundamental de la competencia, junto con el conocimiento factual y la destreza con los procedimientos (Bransford, Brown y Cocking 1999).

La asociación de estos tres elementos los hace poderosamente útiles. Los estudiantes que memorizan hechos o procedimientos sin comprenderlos, frecuentemente no están seguros de cuándo o cómo utilizar lo que saben, y tal aprendizaje es muchas veces bastante frágil (Branford, Brown y Cocking 1999).

Aprender con comprensión hace también más fácil el aprendizaje posterior. Las matemáticas cobran más sentido y se recuerdan y seaplican más fácilmente cuando los estudiantes conectan de forma significativa los nuevos conocimientos a los ya existentes Schoenfeld, (1988).

A continuación se habla de la taxonomía SOLO, ya que la presente propuesta, hace uso de ésta, al analizar las respuesta de los alumnos, las cuales permitirán determinar hasta donde ha llegado el aprendizaje adquirido por ellos.

Taxonomía SOLO

Esta taxonomía, se refiere a un progreso jerárquico en la complejidad estructural de sus respuestas,cualquiera que sea el modo de funcionar o modo de representación en el que se exprese el aprendizaje. Esta jerarquíapuede darnos información de hasta dónde ha llegado el aprendizaje en relación con cierta maestría y con referencia a un modo particular de funcionar y que además puede usarse para clasificar los resultados del aprendizaje dentro de un modo dado (Biggs y Collis, 1991).

Este sistema jerárquico es lo que constituye la taxonomía SOLO y, según los autores, puede usarse tanto para evaluar la calidad del aprendizaje como para establecer los objetivos del currículo (Collis y Biggs, 1991). En esta propuesta didáctica, se coincide con el primer uso antes mencionado para evaluar la comprensión del teorema de Tales.

Se considera que estructuralmente las complejidades en cada modo de funcionar son las mismas, es decir, el ciclo de aprendizaje se repite en cada uno de ellos. Cada uno está formado por cinco niveles básicos de respuestaque en orden de complejidad creciente son:

a) Nivel pre-estructural: Representa el uso, en la respuesta, de aspectos no relevantes del modo de funcionar, es decir, respuestas en las que no se usan aquellos elementos que son necesarios para poder identificar un modo de funcionar.

b) Nivel uni-estructural: Respuestas en las que se usa un sólo aspecto relevante del modo de funcionar.

c) Nivel multiestructural: Respuestas en las que se procesan diferentes aspectos disjuntos del modo de funcionar, normalmente en una secuencia.

d) *Nivel relacional*: Respuestas en las que se manifiesta una comprensión integrada de las relaciones entre los diferentes aspectos usados del modo de funcionar.

e) Nivel de abstracción extendida: Respuestas que hacen uso de principios, hechos, procesos, etc. más abstractos que aquéllos que describen el modo de funcionar actual.

¿Qué significa comprender el teorema de Tales?

En Filloy y Lema (1985), se menciona de un estudio experimental cuyo principal objetivo es explorar cuáles son las competencias necesarias para comprender y utilizar el teorema de Tales. Se menciona que a partirde los resultados, se pudo observar, de manera nítida, que hasta que un usuario no tenga una correcta interpretación de todos los conceptos involucrados en el teorema de Tales, el usuario no puede contar con nociones estables para operar y establecer relaciones.

¿Qué se pretende al finalizar la aplicación de las secuencias didácticas?

Se pretende que al final los alumnos, posean una visión más amplia del teorema de Tales, al poderlo aplicar en la resolución de problemas, tales como en: semejanza de triángulos, cálculo de alturas desconocidas o al calcular las coordenadas de un punto cuando éste divide a un segmento en una razón dada etc. También se busca que el alumno pueda construir rectas paralelas, que entienda lo que es una razón, que pueda aplicar la proporción correcta en una figura que cumpla con las hipótesis del teorema antes mencionado. De esta manera se provee a los alumnos de un nuevo recurso, el cualcontribuirá asu aplicación en temas como se menciona anteriormente o en matemáticas más avanzadas.

Capítulo 3. Aplicación de la propuesta didáctica

Método de Trabajo

En este capítulo se redacta como se fue aplicando la propuesta, y al mismo tiempo se da a conocer mediante hojas de trabajo los resultados que se observaron, después que se aplicaron.

Selección de la población de estudio

La secuencia didáctica se aplicó en el centro de servicios EMSaD Noh-Bec Municipio de Felipe Carrillo Puerto, Estado de Quintana Roo, con una duración 10 horas durante ocho sesiones. Estas sesiones se llevaron a cabo en las tres últimas semanas de noviembre de 2010. La secuencia fue dirigida al primer semestre grupo A, que consta de 23 alumnos, 12 hombres y 11 mujeres, tal como se muestra en la tabla 1, los nombres de los participantes se describen en el anexo 2.

Tabla 1 Población de estudio

Grupo A	Hombres	Mujeres	Total
	12	11	23

Fuente: Departamento de Control Escolar, del Centro de servicios Noh-Bec

Examen diagnóstico

Para tener los fundamentos de la problemática que existe en el centro de servicios Noh-Bec, se aplicó un instrumento (Vea apéndice A) de evaluación diagnóstica a 23 alumnos del primer semestre grupo A el día 10 de octubre del año en curso en el aula del área de matemáticas.

Por tanto considero que el instrumento nos ubicará en el contexto cognitivo del alumno y esto contribuyó a tener un mejor marco de referencia para la construcción misma de las secuencias didácticas, pues permitirá diseñar las secuencias de tal manera que profundicemos a través de ejemplos o resolución de problemas en conceptos que no entienda el alumno.

Figura 2. Alumnos del EMSaD Noh-Bec presentando el examen diagnóstico

La prueba constó de nueve reactivos los cuales se describen en la Tabla 2.

Tabla 2. Contenido de la prueba diagnóstica

No. Reactivo	¿Qué evalúa el reactivo?
1	Determina si el alumno identifica un par de rectas paralelas
2	Determina si el alumno es capaz de trazar un par de rectas paralelas cortadas por dos transversales
3	Determina si el alumno es capaz de trazar un par de rectas paralelas
4	Determina si el alumno entiende que es una proporción
5	Identifica una proporción
6	Elije entre dos figuras si son proporcionales o no
7	Determina si el alumno es capaz de identificar dos triángulos con lados proporcionales
8	A partir de dos figuras, elije la que mas estética presente; una esta hecha de manera proporcional y la otra desproporcionada.
9	Valora la importancia de proporcionalidad y paralelismo

Como resultado de la prueba diagnóstica, en su generalidad se puede decir que el teorema de Tales tiende a quedar en el olvido, esto se refleja ya que una de las preguntas del examen diagnóstico fue construir dos rectas paralelas cortadas por una transversal, siendo este reactivo uno de los menos contestados, en el capítulo cuatro se realizará un análisis detallado sobre los resultados de esta prueba. Así mismo se construirá un instrumento de evaluación el cual consistirá en la resolución de ejercicios, esto permitirá determinar en qué grado los alumnos comprendieron el teorema de Tales, permitirá también verificar cuáles son las debilidades y fortalezas que el alumno posee ante tales situaciones.

Competencias a desarrollar en la secuencia didáctica

A partir del análisis del contenido de las secuencias didácticas, se propone desarrollar las siguientes competencias, vea la tabla 3.

Tabla 3. Muestra las competencias a desarrollar y cómo se fortalecerán

Competencia	¿Cómo se desarrollará esta competencia?
1. Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.	En hojas blancas los alumnos realizarán trazos de rectas paralelas y las cortarán por transversales; seguidamente medirán los segmentos y determinarán la proporcionalidad de sus lados.
2. Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.	Esta competencia se pone en práctica cada vez que se realiza una actividad. El profesor introduce la actividad cuyo objetivo será verificar el teorema de Tales, para ello se dan las instrucciones que indican el trazo correcto de rectas paralelas y transversales.
3. Propone la manera de solucionar un problema y desarrolla un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.	Los ejercicios propuestos en la secuencia fortalecerán estas competencias, en este caso el maestro expondrá los ejercicios donde se aplique el teorema de Tales, de la misma forma propondrá ejercicios donde los alumnos participen en equipos para solucionarlos.

Características del grupo donde se aplicaron las secuencias didácticas

Se determinó, como resultado de la evaluación diagnóstica, que los estudiantes del grupo desconocían totalmente el teorema de Tales.

La evaluación diagnóstica arrojó que el nivel académico del grupo era bajo; sin embargo entre ellos repuntaban de tres a cuatro alumnos que demostraron cumplimiento en los trabajos asignados y participación durante las clases. De los 23 estudiantes, algunos viven en otra comunidad. Esto ocasionó que regresaran por las tardes a la escuela para su participación en las secuencias didácticas. De esto se puede deducir que los estudiantes demostraron compromiso al participar durante las ocho sesiones planificadas en esta propuesta didáctica.

En cuanto a las características del profesor, podemos decir que contaba con la disponibilidad de tiempo para aplicar las secuencias sin estar presionado por sus superiores. Se utilizaron las instalaciones de la escuela por las tardes y obtuvo el visto bueno del coordinador del centro de servicios para llevar a cabo la aplicación delas secuencias didácticas. De la misma manerase generó un buen ambiente de trabajo con los jóvenes, no dando lugar a la presión de los alumnos y respondiendo a las inquietudes que en su momento se generaban.

Las secuencias didácticas fueron aplicadas siguiendo un orden, esto con la finalidad de ir construyendo los conocimientos de menor a mayor complejidad.

En su mayoría las secuencias fueron planteadas haciendo solamente uso del pintarrón esto con el objetivo de ir aclarando las dudas que se presentaran o profundizar más en algún concepto. Después de cada secuencia se entregaba a cada alumno una hoja de trabajo en forma impresa, esto se realizó para verificar los avances que los alumnos adquirían, cabe mencionar que no se limitaba el tiempo de entrega de estas hojas; sin embargo el tiempo estimado de entrega oscilaba entre los veinticinco a treintaicinco minutos.

En la sesión cuatro se resolvieron ejercicios en la pizarra, teniendo siempre el cuidado de remarcar en qué momento se aplicaba el teorema de Tales y por qué se podía aplicar. Posteriormente se propusieron algunos ejercicios a los alumnos, para que los resolvieran en su libreta, de los cuales se pudo verificar que en su mayoría si los resolvieron correctamente; sin embargo hubo alumnos que al aplicar la propiedad fundamental de las proporciones despejaban incorrectamente el dato desconocido, por tanto concluían de manera errónea.

Con respecto a la formalidad de aplicación de las secuencias, éstas se aplicaron en el tiempo establecido y respetando el horario de inicio de las sesiones. Esto permitió terminar en tiempo y forma la aplicación de este tratamiento.

Descripción de la propuesta

Las cuatro secuencias didácticas están relacionadas, la primera está dividida en dos actividades, la primera propone que los alumnos comprendan los conceptos de proporción, de la misma manera se indica la propiedad fundamental de las proporciones y se resuelven ejercicios, que permiten a los alumnos realizar el despeje de algunos elementos de las proporciones dadas. La segunda actividad consiste en tomar los pesos de cada alumno, con la finalidad de verificar la relación que existe entre el peso y su estatura. Esta actividad contribuyó a que los alumnos tuvieran un ejemplo significativo del concepto de razón. En la secuencia dos se propone y se demuestra el Teorema de Tales, para ello nos auxiliamos de un teorema previo a éste. Al finalizar la demostración del teorema, se procede a evaluar la comprensión de éste mediante una hoja de trabajo, dicha hoja verifica si el alumno es capaz de construir rectas paralelas y no paralelas cortadas por dos transversales, esto con la finalidad que realice las medidas de los segmentos correspondientes, para que concluya en que par de rectas se obtiene la proporcionalidad. En la secuencia tres se realizará una actividad por equipo fuera del aula de clase, ésta consistirá en que cada equipo por medio de cuerdas, construya rectas paralelas cortadas por dos transversales, con la finalidad que el alumno verifique nuevamente la proporcionalidad que existe entre los lados correspondientes, de la misma manera el alumno verificará que no importa si la transversal se mueva o que las paralelas cambien de posición, ya que siempre se conservará la proporcionalidad de los lados. La secuencia cuatro consiste en la resolución de ejercicios, dichos ejercicios serán resueltos en el pizarrón con la participación de los alumnos, también se propondrán algunos ejercicios para

que los alumnos realicen en el aula de clases, esto ofrece una oportunidad para que el maestro supervise la ejecución de los mismos.
Ayres y Mendelson (2002), citado por Rico (2007) consideran que una gran parte de los errores que los estudiantes cometen en el curso de cálculo no se deben a una deficiencia en la comprensión de los principios de esta materia, sino a su debilidad en el Álgebra o en la Geometría que estudian en el Bachillerato.

¿Qué tipo de problemas podrá solucionar el alumno?

Después que se hayan aplicado las secuencias didácticas, el alumno podráidentificar qué tipo de problemas satisfacen el teorema de Tales, de la misma manera una vez que el alumno identifique que se cumplen las hipótesis, será capaz de plantear correctamente la proporción correspondiente, para luego deducir el valor del lado desconocido. Podrá realizar trazos de rectas paralelas cortadas por dos transversales, además entenderá los conceptos de razón y proporción.

Las secuencias didácticas están elaboradas, de tal manera que el alumno vaya resolviendo gradualmente las actividades, involucrando conceptos previos que conlleven a la resolución total del problema. De la misma forma, la implementación de la propuesta beneficiará a la institución, ya que los alumnos contarán con una herramienta más, la cual les permitirá un mejor desenvolvimiento en matemáticas avanzadas, repercutiendo por lo mismo a elevar la calidad académica institucional.

¿Qué conceptos y habilidades se evaluarán en los estudiantes a través de los problemas planteados?

Los conceptos y/o habilidades que se evaluaran a través de la resolución de problemas son los siguientes:

Identificación de los lados correspondientes proporcionales

Redacción correcta de la proporción

Despejar correctamente la variable desconocida

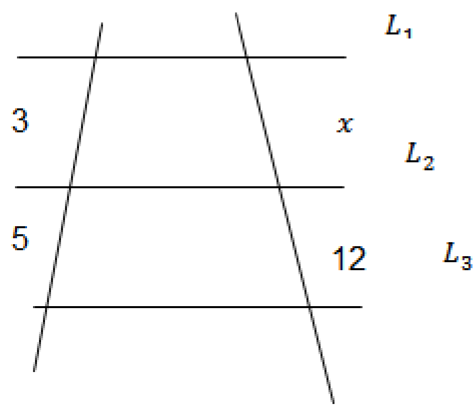
¿Qué deben poder hacer los estudiantes al finalizar la propuesta?

Se debeobservar un cambio en la forma que el alumno se desempeña en relación con lo que aprende, es decir significa un progreso en la forma de pensar y de como aborda una situación donde tenga que aplicar el teorema de Tales. Sin embargo, observar este cambio es complicado, por lo que se requiere de instrumentos que permitan determinar las habilidades, actitudes y destrezas adquiridas por el alumno.

La aplicación y seguimiento de las secuencias didácticas, permitirá al docente evaluar al alumno a través de las hojas de trabajo. Para determinar el avance en la comprensión y habilidades para la resolución de ejercicios. Por tanto, al finalizar las secuencias los alumnos podrán resolver ejercicios que involucren la aplicación del teorema de Tales.

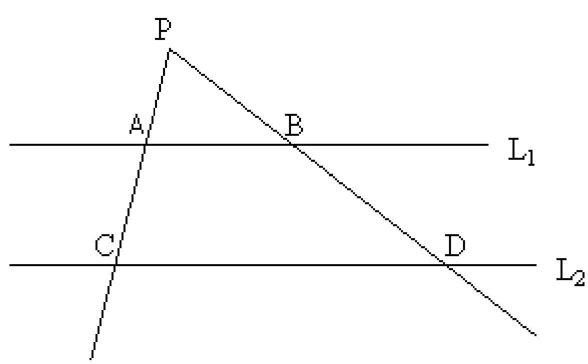
La solución de ejercicios siempre ha sido la herramienta más usada para la comprensión de los objetos, ya que es habitual que los alumnos tengan dificultades cuando en ciertos temas o teoremas no existen ejercicios o problemas que muestren los procedimientos que faciliten el aprendizaje. Por tal motivo, esta secuencia didáctica propone trabajar con ejercicios que impulsen a una mejor comprensión del teorema de Tales. Los ejercicios fueron seleccionados de tal manera que tengan una aplicación directa del teorema. En su mayoría los ejercicios que se resolverán son puramente geométricos esto contribuirá a que el alumno construya un panorama espacial del propio ejercicio, o sea que el alumno visualice geométricamente el ejercicio antes de resolverlo.Por tanto, una vez aplicada la secuencia didáctica el alumno debe ser capaz de resolver ejercicios, con el grado de dificultad que se muestra a continuación.

Ejemplo 1. Si $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ hallar el valor de x



Se pretende a través de este ejercicio que el alumno observe la figura y a través de los conocimientos adquiridos determine si puede o no aplicar el teorema de Tales. En este ejercicio no aplicará el teorema de tales, solamente justificará si es posible aplicarlo o no.

Ejemplo 2. En la siguiente figura $L_1 // L_2$



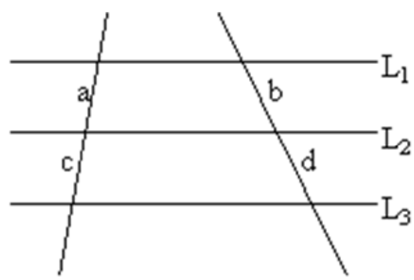
a) PC = 12 cm. PB = 6cm. BD = 2 cm. AC =?

b) CD = 7 cm. PA = 2 cm. AC = 5 cm. AB =?

c) PC = 9 cm. CD = 6 cm.AB = 5 cm.BD = 1 cm. Determina PA, PB y PD.

El ejercicio antes planteado tiene la característica apropiada para aplicar el teorema de Tales. El alumno debe de ser capaz de visualizar los segmentos proporcionales, una vez hecho esto deberá poder establecer la proporcionalidad entre los segmentos correspondientes, de la misma manera podrá establecer las relaciones existentes entre dichos segmentos. La habilidad que se espera que el alumno desarrolle es la comprensión del teorema al aplicarlo correctamente.

Ejemplo 3. En la siguiente figura $L_1 // L_2$.

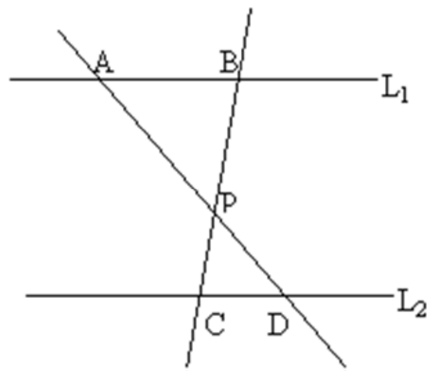


a) a = 12 cm., b = 15 cm., c = 20 cm., d = ?

b) a = (x - 1) cm., b = 4 cm., c = (2x - 4) cm., d = 7 cm. Determina las medidas de a y c.

Este ejercicio tiene la característica de que involucra otros conceptos, tal como una ecuación lineal en una variable, pero inicialmente se debe aplicar correctamente el teorema de Tales.

Ejemplo 4. En la siguiente figura $L_1//L_2$.



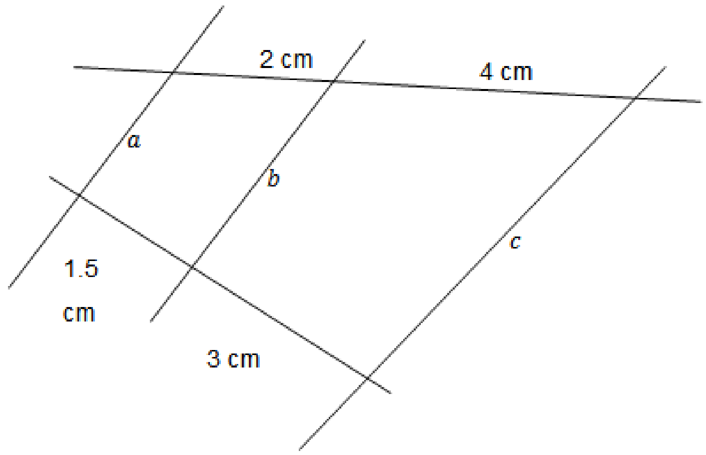
a) BP = 6 cm. CP = 4 cm. CD = 3 cm. AB =?

b) AP = x + 13, BP = 10 cm. PC = 4 cm. PD = x + 4, AP =?

c) BP = 16 cm. CP = 14 cm. DP = 12 cm. AD =?

Este ejercicio rompe con el esquema tradicional y el alumno será capaz de visualizar de cómo pueden estar las transversales, en este caso se muestran de forma cruzada; sin embargo no viola las hipótesis para poder aplicar el teorema de Tales.

Ejemplo 5. Si la recta "a" es paralela a la recta "b" y tomando en cuenta las medidas que se dan en el dibujo. ¿Podemos afirmar que la recta "c" es paralela respecto a las rectas "a" y "b"?



Al solucionar estos ejercicios el alumno comprenderá que sí se cumple la proporcionalidad entre los lados y las tres rectas resultan ser paralelas. Por tanto la conclusión de que la recta “c” sea paralela o no de las rectas “a” y “b”, depende entonces de la comprensión del teorema de Tales.

Criterios utilizados para establecer la organización de las actividades

La organización de las actividades fue a partir de los resultados de la prueba diagnóstica, ya que se pudo observar que los alumnos carecían del conocimiento y comprensión de conceptos elementales, tales como: construcción de rectas paralelas, razón, proporción y no entendían cuando una recta se consideraba transversal. Por tanto, las actividades se diseñaron de tal manera que conforme se avance, el grado de rigurosidad es mayor hasta la ejecución de los ejercicios, el cual es uno de objetivos de la presente propuesta.

Cabe mencionar que los conocimientos que el estudiante adquiera, serán identificados primeramente por la participación activa de los alumnos, de la misma manera todas las actividades estarán provista de hojas de trabajo, las cuales permitirán recabar información con respecto a los conocimientos adquiridos durante y después de terminar cada secuencia. Al referirnos a una participación activa de los alumnos nos estaremos refiriendo al interés propio del alumno en la participación de las secuencias, cómo se ejecutan las actividades encomendadas, tales como trazar, dibujar o leer.

A continuación se presentan las secuencias didácticas con sus respectivas actividades, al final de cada secuencia se encuentra la hoja de trabajo, que permitirá determinar si el alumno adquiere los conocimientos que se pretenden.

Secuencia uno. Conceptos preliminares

Actividad 1. Exposición de conceptos

Esta actividad fue realizada el primer día de las sesiones, con la finalidad de que el alumno tenga los conocimientos básicos para la comprensión del teorema de Tales. Al terminar la secuencia fue evaluada con la hoja de trabajo 1.

Referencia

Joaquín Ruiz Basto (2007) menciona sobre la importancia del concepto de proporcionalidad, sobre todo cuando se desea probar la semejanza de triángulos.

Razones y proporciones

Objetivo 1. El alumno comprenderá a través de ejercicios el concepto de razón y proporcionalidad.

Definiciones previas

Una razón es el cociente de dos cantidades, por ejemplo: 7/13.

En general $\frac{a}{b}$, representa una razón, para cualquier par de cantidades, donde $b \neq 0$.

Proporción, es la igualdad de dos razones $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

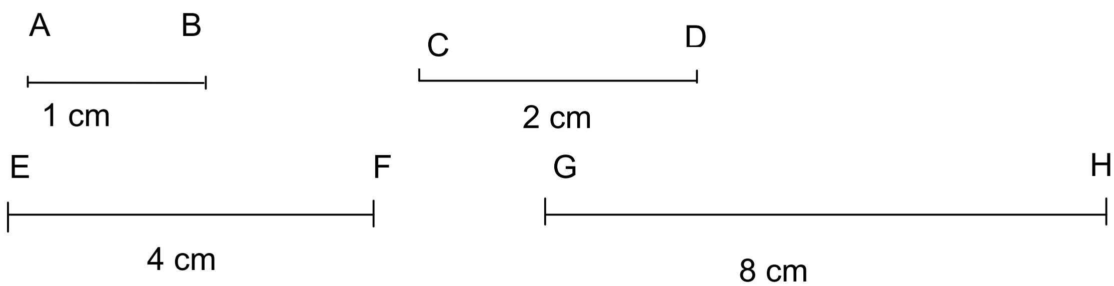
¿Cómo comprobamos la veracidad de una proporción?

Propiedad fundamental de la proporción

En toda proporción el producto de sus extremos es igual al producto de sus medios, es decir $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si y solo si $ad = bc$

Hoja de trabajo uno

Nombre del alumno________________________ Calif____________



1. ¿Cuántas veces está contenido el segmento $\overline{AB}$ en el segmento $\overline{CD}$?__________________

2. ¿Cuántas veces está contenido el segmento $\overline{CD}$ en el segmento $\overline{EF}$? ________________

3. ¿Cuántas veces está contenido el segmento $\overline{EF}$ en el segmento $\overline{GH}$? _________________

4. ¿Puede representarse el segmento $\overline{AB} = k\overline{CD}$?_________________________

5. ¿Puede representarse el segmento $\overline{CD} = k\overline{EF}$? __________________

6. ¿Puede representarse el segmento $\overline{EF} = k\overline{GH}$?________________

7. ¿Cuál es el valor de k?___________________

8. ¿Se cumple la siguiente igualdad?

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$$

¿Cómo son los segmentos? Escriba F o V

Proporcionales ______________________________(   )

No proporcionales____________________________()

Reporte de la secuencia uno

Después de haber aplicado la secuencia uno en el aula de clases, donde el maestro explicó el concepto de razón y proporción a través de ejercicios resueltos en la pizarra, se procedió a evaluar los conocimientos adquiridos por los alumnos aplicándoles la hoja detrabajo uno, donde los resultados se muestran en la Figura 3.

Respuesta relacionada con ¿cuántos alumnos pudieron verificar cuantas veces está contenido un segmento en otro?

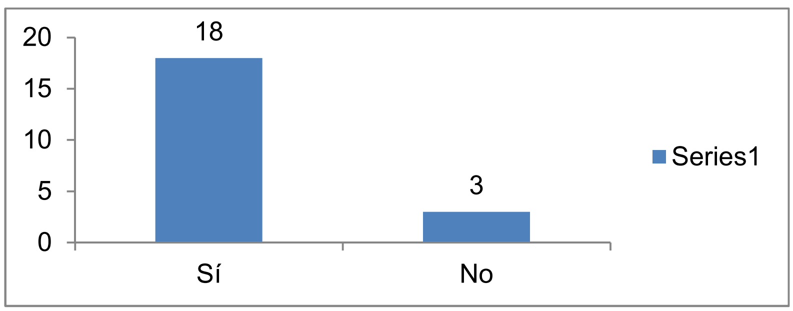


Figura 3. Resultados de la secuencia uno

A través de la figura 3, se tiene que el 86% de los alumnos pudieron ver cuántas veces está contenido un segmento en otro. La importancia de la comprensión de este reactivo tiene que ver con la siguiente pregunta, ya que cuando se habla de proporcionalidad, se refiere a cuantas veces una cantidad está inmersa en otra.

¿Pudieron hallar la constante de proporcionalidad?

Vemos las respuestas de los alumnos a través la figura 4.

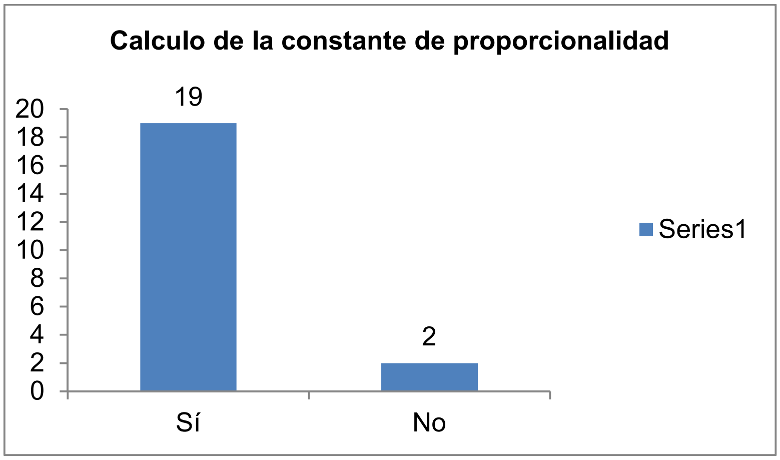


Figura 4. Verificación de una proporción

El 66% de los alumnos pudieron calcular la contante de proporcionalidad, mientras que el otro porcentaje dedujo que la constante era 2, cuando en realidad la constante planteada de esa manera es de 0.5.

¿Qué pasó con los alumnos que no pudieron determinar la constante de proporcionalidad?

Equivocadamente estos alumnos concluyeron que la constante de proporcionalidad es 2, al hacer una revisión de la hoja de trabajo, los alumnos realizaron un despeje, encontrando la constante de proporcionalidad inversa.

¿Pudieron los alumnos determinar que la relación $\frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}}$ representa una proporción?

Se representan los resultados a través de la siguiente gráfica de barra, vea la figura 5.

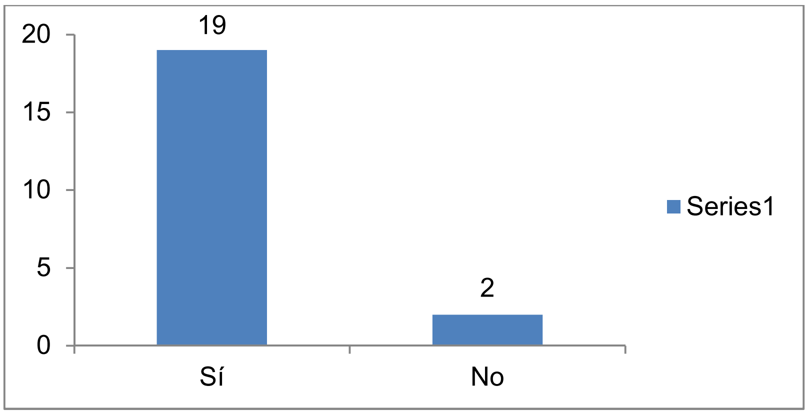


Figura 5. Identificación de una proporción

El 90.5% de los alumnos pudo determinar correctamente que la relación antes mencionada efectivamente representa una proporción.

Actividad 2. Comparación del peso y la estatura de los alumnos

Objetivo. El alumno determinará la relación que existe entre su peso y su estatura.

Cada alumno se medirá y se pesará, seguidamente determinará la razón de su peso a la de su estatura.

¿Cómo se trabajó esta actividad en el aula?

Se llevó una báscula al salón, se realizó una tabla en el pizarrón, cada alumno fue pasando y con la ayuda del maestro se tomaba la medida y el peso de cada alumno. De esta manera se elaboró la siguiente tabla.

Nombre	Peso (P)	Estatura (E)	Razón (P/E)
Nicte Ha	56	1.50	37.3
Juan Carlos	52	1.63	40
Adonis	73	1.66	43.97
Guillermo	50.5	1.64	30.79
Alejandra	68	1.63	47.71
Ana Rut	47	1.57	29.93
Regina	66	1.51	43.7
Flor Yolanda	61	1.54	39.61
Ana Marisol	71	1.61	44.09
Celia	42	1.49	28.18
Morelia	49	1.54	31.81
Aldair	57	1.67	34.13
Edzon	61	1.67	36.52
Anahi	58	1.52	34.73
Verónica	40	1.59	25.15
Indra	42	1.51	27.81
Melchor	63	1.75	36
Aaron	48	1.67	28.74
Arsenio	52	1.64	31.7
Prof.Arturo	75	1.56	48.07



Esta actividad fortaleció la comprensión del concepto de razón, y al mismo tiempo pudieron comprobar que no existe una constante del peso a su estatura.

Secuencia dos. Demostración del teorema de Tales

Objetivo: El alumno comprenderá el teorema de Tales, así como los elementos que involucra.

Actividad 1. Introducción al teorema de Tales.

Esta primera actividad consistió en redactar en el pizarrón el teorema de Tales, remarcando los elementos que intervienen en dicho teorema.

Teorema de Tales: "Si varias paralelas cortan a dos transversales, determinan en ellas segmentos correspondientes proporcionales".

Actividad 2. Demostración del teorema

El profesor con ayuda de escuadras traza los segmentos de rectas que intervienen en el teorema y se auxilia de un resultado anterior para realizar la demostración.

Hipótesis

$\overleftrightarrow{AA'} \parallel \overleftrightarrow{BB'} \parallel \overleftrightarrow{CC'}$; $t\ y\ t'$ sontransversales; $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ segmentos correspondientes de t y $\overline{A'B'}$ y $\overline{B'C'}$ segmentos correspondientes de t'.

Tesis: $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$

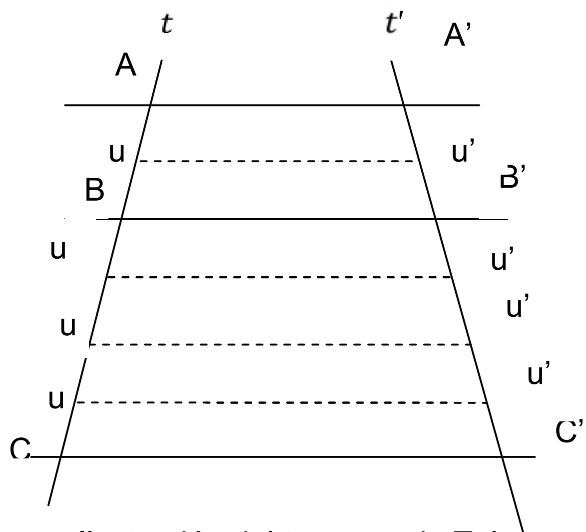


Ilustración del teorema de Tales

Se lleva una unidad cualquiera "u" sobre $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$. Supongamos que $\overline{AB}$ la contiene m veces y $\overline{BC}$ la contiene n veces, entonces se tiene que:

$\overline{AB} = mu$y$\overline{BC} = nu.$

Se trazan paralelas por los puntos "u" .Los segmentos $\overline{A'B'}$ y $\overline{B'C'}$ quedarán divididos en los segmentos u', los cuales son iguales, de tal manera que se tiene lo siguiente:

Afirmación	Razones
$\overline{AB} = mu$ y $\overline{BC} = nu$	Construcción auxiliar
$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{m}{n}$	La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas.

Análogamente

$\overline{A'B'} = mu'$ y $\overline{B'C'} = nu'$	Construcción auxiliar
$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} = \frac{m}{n}$	La razón de dos segmentos es el cociente de sus medidas.

Comparando se tiene entonces que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

Cabe señalar que después de la demostración del teorema en la pizarra, se procedió a la ejecución de algunos problemas, con la finalidad que los alumnos entendieran la aplicación del teorema.

<u>Actividad 3. Verificación de la comprensión del teorema de Tales</u>

Después que se expuso el teorema de Tales, lo que se prosiguió fue a la verificación de su comprensión para ello nos auxiliamos de la hoja de trabajo 2.

Hoja de trabajo dos

Con base en la siguiente figura conteste lo que se pide

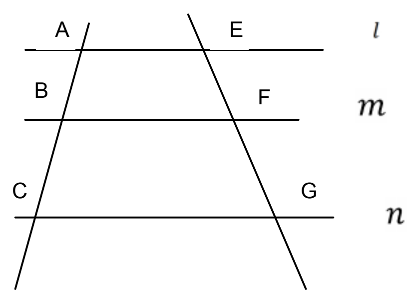


Ilustración uno

1. Realice un dibujo parecido al que se muestra en la figura de arribacon sus respectivas medidas de tal manera que las rectas l, m, n**no sean paralelas**. ¿En el dibujo que trazaste se verifica la siguiente proporción?

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{FG}}$$

2. Realice un dibujo parecido al que se muestra en la figura con sus respectivas medidas de tal manera que las rectas l, m, n **sean paralelas**. ¿En el dibujo que trazaste se verifica la siguiente proporción?

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{FG}}$$

3. **Si las rectas $\boldsymbol{l, m, n}$ son paralelas** ¿Son equivalentes las siguientes proporciones?

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{FG}} \text{y} \frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{FG}}$$

4. **Si las rectas** l, m, n son paralelas y $\overline{AB} = 10\ cm$, $\overline{EF} = 4\ cm$ y $\overline{FG} = 5\ cm$, calcule el valor de $\overline{BC}$

Reporte de la hoja de trabajo dos

1. ¿Pudieron los alumnos verificar que dos transversales cortadas por rectas no paralelas, no determinan segmentos proporcionales?

Esta actividad consistió en realizar un dibujo tal como se muestra en la ilustración uno, del manera que las rectas l, m, n no sean paralelas y verificar que la relación $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{FG}}$ no representa una proporción.

La siguiente gráfica de barra, muestra la dificultad que tuvieron los alumnos al poder determinar si se cumple o no la proporcionalidad entre los lados de la figura. De los 21 alumnos que resolvieron la hoja de trabajo, 13 de ellos determinaron que no se cumple la proporcionalidad, mientras que los restantes tuvieron dificultad al responder.

La siguiente figura muestra mediante una grafica de barra, el número de alumnos que mostraron la comprensión del teorema.

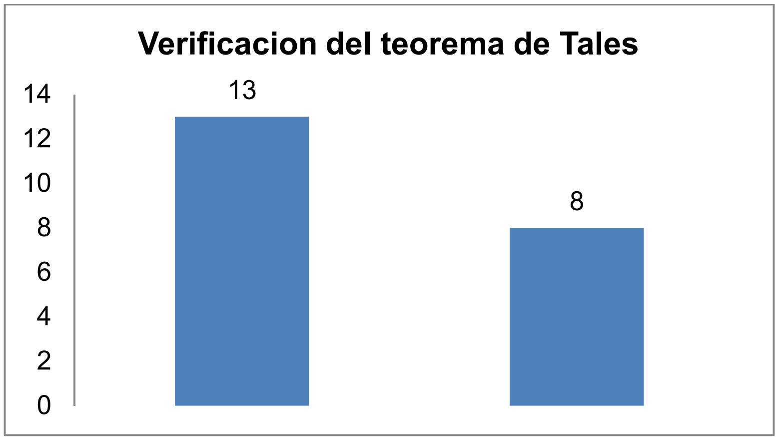


Figura 6. Verificación del teorema de Tales

2. ¿Pudieron los alumnos verificar que dos transversales cortadas por rectas paralelas determinan en ella segmentos correspondientes proporcionales?

Esta actividad se llevó a cabo solicitando a los alumnos el trazo de una figura, tal como se muestra en la ilustración uno, de tal manera que las rectas l, m, n sean paralelas. Posteriormente deberían verificar que efectivamente la relación $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{FG}}$ si determina una proporción. En la siguiente gráfica se muestra el resultado de la pregunta.

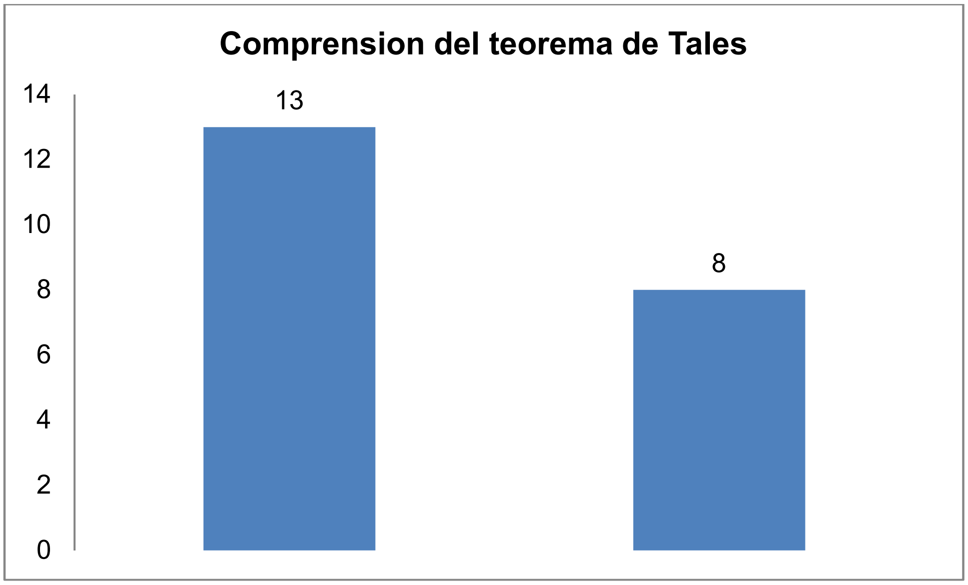


Figura 7. Comprensión del teorema de Tales

De los 21 alumnos a los que se le aplico la hoja de trabajo el 67 % contesto acertadamente, este resultado conlleva a decir que si se comprendieron las hipótesis del teorema de Tales.

3. Haciendo referencia a la ilustración uno, con las rectas l, m, n paralelas, los alumnos en su mayoría no lograron justificar que las relaciones $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{FG}}$ y $\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{FG}}$ efectivamente representan la misma proporción. La mayoría contesto que si eran equivalentes, pero sin llegar a la justificación, por tanto es recomendable que en esta parte el profesor junto con los alumnos verifique que efectivamente las relaciones son equivalentes.

4. Elúltimo reactivo consistió en hallar uno de los lados de la ilustración uno, considerándose tres lados conocidos, el objetivo fue verificar la correcta aplicación del teorema de Tales, a través de la correcta redacción de la proporción correspondiente. Los resultados se muestran en la figura 8.

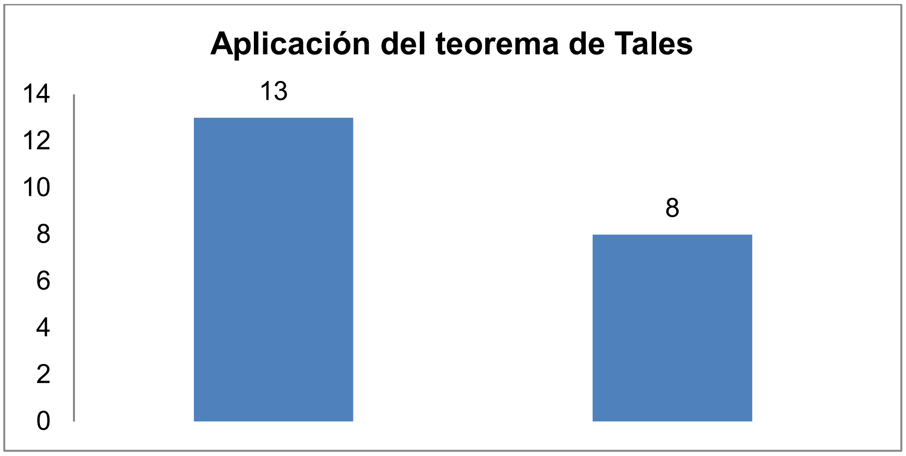


Figura 8. Aplicación del teorema de Tales

A través de la gráfica de barra de la figura 8, puede observarse que el 62 %, pudo aplicar correctamente el teorema de Tales, verificándose por lo mismo su comprensión.

Dificultades que tuvieron los alumnos en este reactivo:

- No escribieron correctamente la proporción.
- Escribieron correctamente la proporción, pero no pudieron determinar el valor desconocido**.** Algunos concluyeron que el valor del lado desconocido era 7cm, otro que 2 cm, lo que refleja que son alumnos que no comprendieron correctamente el planteamiento del problema. Sin embargo, 13 de ellos escribieron correctamente la proporción y pudieron concluir que el lado desconocido efectivamente es 12.5.
- Algunos ignoraron el reactivo.

Secuencia tres.Trabajo en equipo

Esta actividad consistió en trazar en el campo tres paralelas y dos transversales, tal como se muestra en la figura 9. Cada equipo tomó las medidas respectivas, para comprobar la veracidad del teorema de Tales.Cabe mencionar que hasta este momento los alumnos no habían resuelto ejercicios sobre dicho teorema, por lo que esta actividad fortaleció el tema en el aula de clase cuando se propusieron los ejercicios, ya que algunos equipos fundamentaron que cuando se movían las transversales cambiaban las medidas, lo cual es cierto pero se seguía conservando la proporcionalidad.

Figura 9. Actividad de campo realizada por estudiantes del EMSaD de Noh-Bec, para verificar el teorema de Tales.

Reporte de la secuencia tres

Después de que los alumnos realizaron la actividad de campo, se procedió a evaluar los resultados, en la hoja de trabajo tres.

Hoja de trabajo tres

Objetivo. Determinar que se cumple la proporcionalidad, no importando cómo se muevan las transversales.

Con base en la actividad que se realizó en el campo, conteste lo que se pide a continuación.

1. ¿Los segmentos determinados por las rectas paralelas son proporcionales?____

   ¿Por qué?___________________________

2. ¿La proporción es la misma?__________________________

3. Si se cambia la posición de alguna recta paralela de manera que éstas sigan siendo paralelas, ¿Los segmentos determinados por esas rectas siguen siendo proporcionales? ____

4. Si cambias la inclinación de s_1y s_2, ¿los segmentos que determinan las rectas paralelas siguen siendo proporcionales?____________ ¿Por qué?______________________

¿Los estudiantes determinaron que los segmentos determinados por las rectasparalelas son proporcionales?
De los 20 alumnos a los cuales se les aplicó la hoja de trabajo tres, el 100% contestó correctamente, de esto se puede comentar que los alumnos si realizaron correctamente las mediciones y la proporción.

¿Los estudiantes contestaron por qué los segmentos son proporcionales?
Las respuestas escritas por los estudiantes en esta pregunta en particular, se clasificaron usando los cuatro niveles del modelo **SOLO**.
Pre-Estructural. Respuesta fuera de contexto

Uni-Estructural. Respuesta con muy poca relación

Multi-Estructural. Respuesta con más de una relación

Relacional. Respuesta con más de una relación y coherente.

Veamos a través de la siguiente tabla 4, las respuestas de los alumnos, la forma en la que está redactada, es la misma que se encuentra en la hoja de trabajo.

Tabla 4. Análisis de la hoja de trabajo tres

Pre-Estructural	Uni-Estructural	Multi-Estructural	Relacional
Porque tienen la misma medida de todos sus lados de cada uno	*Son transversales*	*Porque me da la medida*	*Si son proporcionales* $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ *nos dio su proporcionalidad*
	Porque tienen proporción los mismos lados	*Tienen la misma medida*	*Porque las dos tienen la misma medida y por que los dos tienen la misma razón de una como la otra.*
		Porque ambas tienen el mismo resultado	*Tienen la misma medida, o sea se cumple la teoría de Tales.*
		Porque dan lo mismo	*Se cumple con la teoría de Tales*
			Porque cumple con la teoría de Tales
		Porque al medir dan la misma medida	*Sigue la regla de tales, si son proporcionales, ya que al medirlos y multiplicarlos dan la misma cantidad.*
		Porque al dividirlo dan la misma cantidad	*Si porque se cumple la teoría de Tales*
		Me da el mismo resultado	*Se cumple el teorema de Tales.*

Veamos a través de la gráfica de barras el comportamiento de las respuestas de los alumnos.

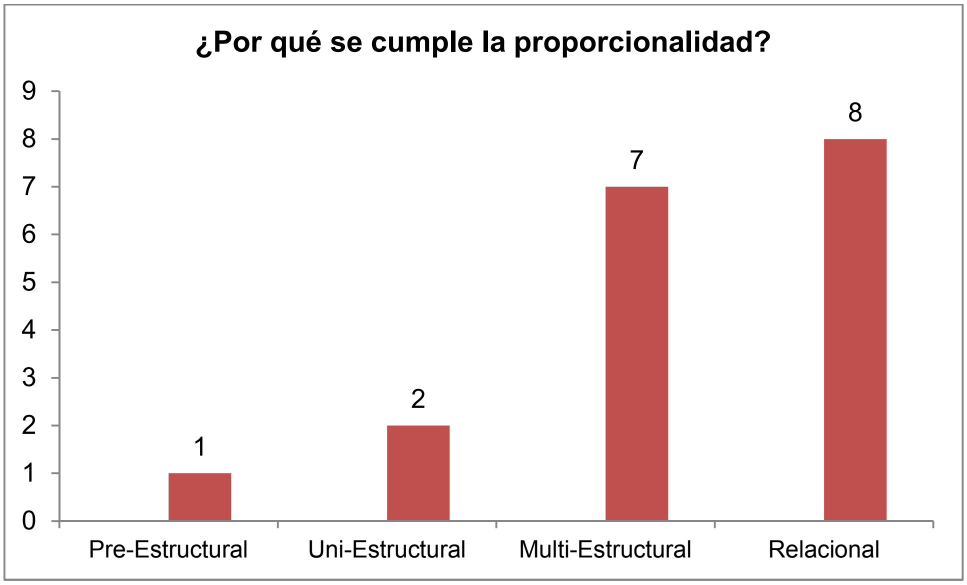


Figura 10. Análisis de la hoja de trabajo tres

Aproximadamente el 83% de los 18 alumnos que respondieron la hoja de trabajo número tres, pudieron contestar de manera relacionada el porqué se cumple la proporcionalidad entre los segmentos.

¿Qué dificultad se presentó en esta actividad? ¿Pudieron verificar el teorema de Tales?

Una de las dificultades que se pudo observar en esta actividad fue al tomar las medidas, ya que la mayoría de los equipos a la hora de medir difería por uno o dos centímetros, considero que esto influyó a que la proporcionalidad no se verificara de manera exacta.

Otra observación que se pudo hacer es que los alumnos esperaban que las medidas de los segmentos de las transversales coincidieran, de no ser así ellos dudaban que la proporcionalidad simplemente no diera.

Sin embargo a través de las hojas de trabajo se puede concluir que la mayoría de los alumnos si pudieron verificar el teorema de Tales.

Secuencia cuatro. Solución de ejercicios

Objetivo: Verificar la comprensión del teorema de Tales a través de la solución de ejercicios.

Esta actividad se llevó a cabo en el aula de clases, con la exposición de ejercicios y participación activa de los alumnos, como puede observarse en las siguientes figuras.

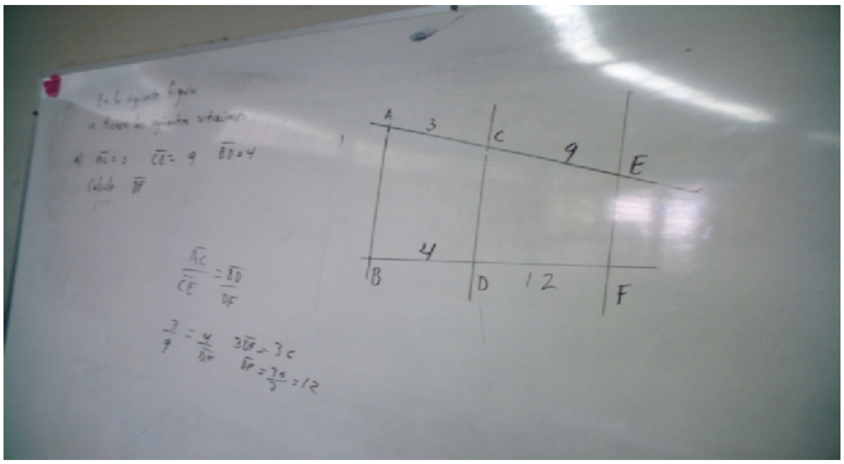


Figura 11. Solución de ejercicios en el pizarrón

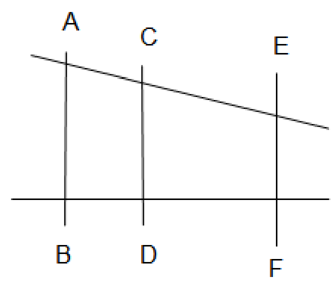
Figura 12. Participación de los alumnos en la resolución de ejercicios

Hoja de trabajo cuatro

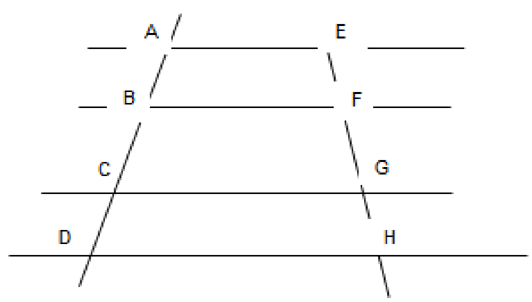
Después que se aplicaron las secuencias didácticas, se procedió a evaluar a los alumnos mediante la aplicación de ejercicios, los cuales fueron construidos para verificar la comprensión del teorema de Tales.

Ejercicios propuestos

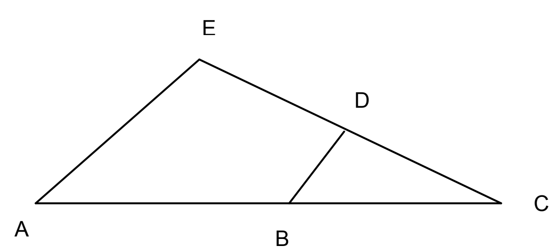
1. En la figura siguiente considere que las rectas $\overline{AB} \| \overline{CD} \| \overline{EF}$ y tienen las siguientes medidas: $\overline{AC} = 3$, $\overline{CE} = 9$, y $\overline{BD} = 4$, calcule $\overline{DF} =$



2. De acuerdo a la figura siguiente determine el valor de $\overline{EF}$, sabiendo que $\overline{AB} = 5, \overline{CD} = 15$ y $\overline{GH} = 24$



3. En la figura siguiente se tiene que: $\overline{AE} \| \overline{BD}$, $\overline{CD} = 4$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{BA} = 8$. Calcule el valor de $\overline{CE}$



Reporte de la secuencia cuatro

La culminación de la secuencia didáctica, consistió en evaluar a los alumnos que intervinieron en la propuesta. La evaluación se llevóa cabo el día 26 de enero de 2010, y consistió en aplicarle un instrumento de evaluación provisto de tres ejercicios, donde aplicara el teorema de Tales. Cabe señalar que los ejercicios fueron seleccionados para que los alumnos los resolvieran de una manera sencilla; fueron ejercicios que desde mi punto de vista no daba lugar a la complejidad, por lo que reflejaría la comprensión del teorema de Tales. Los alumnos que intervinieron en la secuencia didáctica y que se evaluaron fueron los siguientes:

Tabla 5.Lista de seudónimos de los alumnos que participaron en las secuencias didácticas.

No	Nombre
1	María Gómez
2	Juan Pérez
3	Silvia Sánchez
4	Manuel Herrera
5	Agustín López
6	Juan Canché
7	Ana Maria Chan
8	Nih-te Sosa
9	Mario Sosa
10	Hortencia Suárez
11	Rosenda Alpuche
12	Humberto Tapia
13	Alberto Martínez
14	Floriela Izquierdo
15	Jorge Tun
16	Santiago Martín
17	Lisset Ancona
18	Ana Gricel
19	Jorge Palacios
20	Carlos Antonio
21.-	Teresa Reyes
22.-	María Suràrez

En la siguiente matriz (Tabla 6) usaremos 1 para referirnos a un reactivo correcto y 0 para referirnos a un reactivo incorrecto, de tal manera que la matriz da un panorama general de los resultados obtenidos en la prueba.

Tabla 6. Matriz de datos

REACTIVOS			
Sujetos	**Ejercicio 1**	**Ejercicio 2**	**Ejercicio 3**
S_1	1	1	0
S_2	0	0	0
S_3	1	0	0
S_4	1	1	0
S_5	1	1	0
S_6	1	0	0
S_7	1	0	0
S_8	1	0	0
S_9	1	0	0
S_{10}	1	0	0
S_{11}	1	0	0
S_{12}	1	0	0
S_{13}	1	0	0
S_{14}	0	1	1
S_{15}	1	0	0
S_{16}	1	1	0
S_{17}	1	0	0
S_{18}	1	1	1
S_{19}	1	1	1
S_{20}	0	0	0
S_{21}	1	1	1
S_{22}	1	0	0

La siguiente gráfica de barra muestra la comparación de aciertos entre ejercicios.

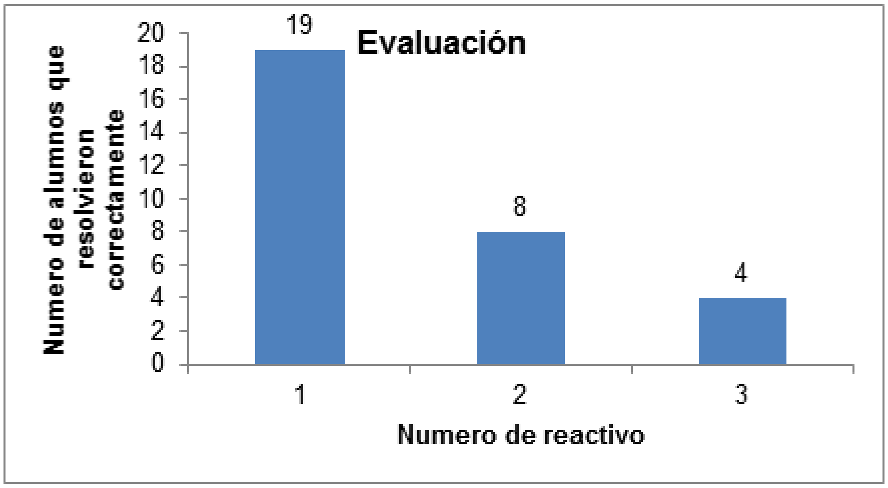


Figura 13. Representación gráfica de los resultados de las secuencias didácticas

De la gráfica puede observarse que 19 alumnos resolvieron correctamente el ejercicio número 1, esto significa en términos de aprendizaje que 19 de los alumnos lo cual corresponde a un 86% del total, pudieron aplicar correctamente el teorema de Tales, implicando esto la correcta redacción de la proporción y despejando correctamente el lado desconocido. El ejercicio 2 lo resolvieron correctamente 8 alumnos, lo cual en términos de porcentaje representa el 36%, esto debido tal vez porque la figura posee tres rectas paralelas, lo cual dio lugar a dudas. El ejercicio número 3 representa el ejercicio menos resuelto correctamente y solo un 18 % lo contestó correctamente, esto debido tal vez a que el problema obedecía a un planteamiento un poco más complejo que los anteriores.

¿Por qué el ejercicio uno fue resuelto correctamente en un mayor porcentaje?

El grado de dificultad de este ejercicio es mínimo, ya que fue diseñado de tal manera que su solución consistiera en la aplicación directa del teorema de Tales y por lo visto los alumnos no desaprovecharon esta oportunidad.

Con respecto a los ejercicios dos y tres, el grado de dificultad aumentó en lo mínimo, pero los alumnos carecieron de la habilidad de análisis y esto evitó que lo plantearan de la manera correcta, obteniendo resultados erróneos.

En conclusión, esta actividad sirvió para darse cuenta que los alumnos sipudieron aplicar el teorema de Tales, cuando se presentan ejercicios cuya solución es consecuencia de la aplicación directa del teorema antes mencionado.Sin embargo, cuando se requiere de un poco más de análisis o de un planteamiento más serio, los alumnos fallan, esto debido a la falta de comprensión del problema o por la prisa de querer abandonar el ejercicio. Cabe señalar que delos 22 alumnos que presentaron la prueba solo 3 contestaron correctamente los tres ejercicios lo cual representa un 11% del total. Bajo el análisis de estos resultados, se debe reflexionar en la diversidad de problemas que deben considerarse para la aplicación correcta de cualquier teorema, otra variable que pudiera repercutir es que la solución de los problemas no representaba una calificación extra de los alumnos, repercutiendo por lo mismo una entrega casi nula a la resolución de las actividades.

¿Presentan los alumnos niveles de dominio de los conocimientos?

Una de las satisfacciones en la implementación de las secuencias didácticas es precisamente comprobar cómo el alumno construye sus conocimientos, ya que al inicio ellos carecían de los conocimientos elementales de razón y proporcionalidad de segmentos y después de la primera secuencia, a través de la hoja de trabajo uno, pudieron calcular la constante de proporcionalidad de los segmentos.

De la misma manera los alumnos reflejan ciertos niveles de conocimientos, en los cálculos que realizan, por decir ellos son capaces de verificar algebraicamente que se verifica la proporcionalidad en cierta figura; sin embargo carecen de los argumentos necesarios para expresar de manera escrita por qué se cumple tal proporcionalidad.

Otra observación que se puede realizar en cuanto a algunos niveles de conocimientos adquiridos por los alumnos, es precisamente en la solución de ejercicios, ya que se pudo observar en la actividad de la secuencia cuatro que los alumnos si aplican la proporcionalidad de los lados, algunas veces lo hacen de manera errónea y otras de manera correcta; sin embargo en la forma de despejar algún dato desconocido se observa que los alumnos carecen de esas habilidades o no tienen el mínimo cuidado de sustituir correctamente las valores conocidos.

Capítulo 4. Análisis de los resultados

Discusión de los resultados obtenidos

El siguiente apartado hace un análisis de los resultados obtenidos en la evaluación diagnóstica y de las secuencias didácticas, esto permite verificar en qué grado la aplicación de las secuencias didácticas contribuyó a la comprensión del teorema de Tales.

La prueba diagnóstica fue aplicada a principios de noviembre de 2010, constó de nueve reactivos, incluyendo los temas de proporción, construcción de rectas paralelas e identificación de figuras proporcionales, de tal manera que permitiera determinar los conocimientos y habilidades que los alumnos tenían alrededor del teorema de Tales antes de recibir el tratamiento.

No hay que olvidar que los resultados de la prueba diagnóstica contribuyó a conocer como se encontraban académicamente los alumnos, lo cual permitió evidenciar si los resultados de la propuesta didácticacontribuyeron a la comprensión del teorema de Tales.

A continuación se pueden apreciar los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica (ver apéndice A).

Evaluación diagnóstica

Se aplicó un instrumento de evaluación que constó de nueve reactivos, donde evaluaba los temas de proporción, identificación de rectas paralelas, construcción de rectas paralelas cortadas por dos transversales, identificación de figuras proporcionales, de la misma manera se cuestiona sobre la importancia del tema de paralelismo y proporcionalidad (ver Tabla 7).

Tabla 7. Resultados de la prueba diagnóstica

Reactivos	No. de alumnos que contestaroncorrectamente	No. de alumnos que contestaronincorrectamente
1	18	5
2	11	12
3	18	7
4	2	21
5	4	19
6	5	18
7	8	15
8	13	10
9	5	18
Total	84	123

Como se puede observar los alumnos tienen en promedio un 40.5 de calificación en la prueba diagnóstica, lo cual los ubica como alumnos con muy poco conocimiento del tema de las secuencias didácticas. Los reactivos donde la mayoría de los alumnos contestó correctamente fue en el número uno y en el número 3 de esto se deduce que los alumnos si identifican un par de rectas paralelas y son capaces de poderlas trazar. El reactivo que contestaron con menor acierto es el que se refiere a poder dibujar dos rectas paralelas cortadas por dos transversales, esto conduce a afirmar que los alumnos desconocen totalmente el teorema de Tales.

¿Cómo se obtuvieron los resultados?

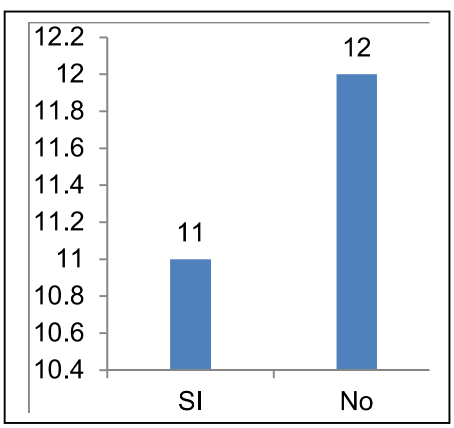
Con base en los resultados obtenidos tal como lo sustentan las diferentes hojas de trabajo en el capítulo tres, los alumnos pudieron aplicar correctamente el teorema de Tales en ejercicios sencillos, experimentaron que no importa cómo se muevan las paralelas, ya que también se verificaron la proporcionalidad entre los segmentos correspondientes. Otra observación que se hace es que al inicio tal como lo muestra la prueba diagnóstica, los alumnos no sabían dibujar dos paralelas cortadas por una transversal, tampoco sabían o no recordaban lo que era una proporción. Por lo que considero que las secuencias didácticas, si favorecieron de manera positiva en la comprensión del teorema de Tales, ya que en la hoja de trabajo cuatro se examinaron a los alumnos y el 86% pudo aplicar correctamente el teorema en uno de los ejercicios. Por otra parte, el ejercicio 2 fue resuelto por un 36%, lo cual confirma que al diseñar las clases y aclarar los conceptos previos que involucran los teoremas se pueden obtener mejores resultados en la comprensión y aplicación de los mismos.De esta forma se cumple el objetivo de esta tesis la cual consistía en verificar la comprensión del teorema de Tales en la resolución de ejercicios y la comprensión de la proporcionalidad y elparalelismo.

Características relevantes de los resultados

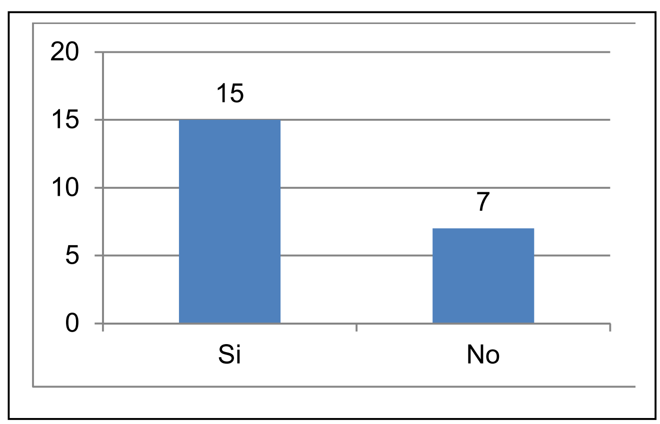
A partir de los resultados de las hojas de trabajos y de la prueba diagnóstica se hace el siguiente cuadro comparativo, estas gráficas de barras, están realizadas en función de la prueba diagnóstica y de la evaluación final.

¿El alumno es capaz de trazar un par de rectas paralelas cortadas por dos transversales?

Antes del tratamiento

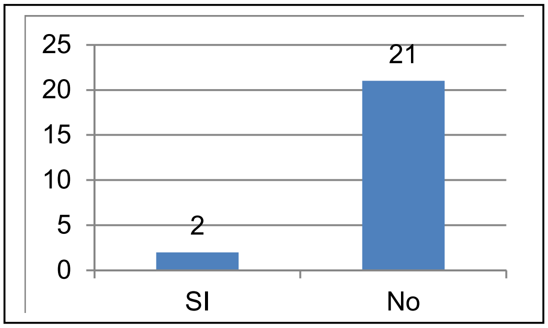


Después del tratamiento

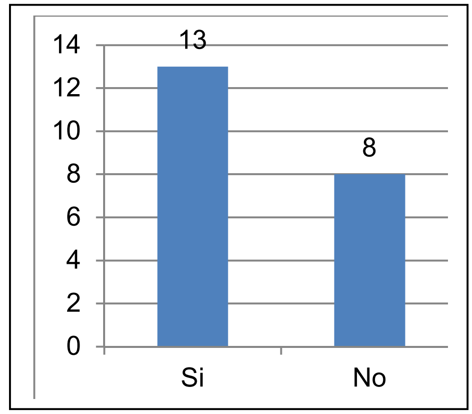


¿El alumno entiende qué es una proporción?

Antes del tratamiento



Después del tratamiento



¿El alumno comprendió el teorema de Tales?

Es importante mencionar que comprender el teorema de Tales, es entender en qué momento puede llegar a aplicarse, identificar los lados correspondientes y escribir correctamente la proporcionalidad entre estos lados.

Con base en los resultados en la hoja de trabajo tres un 83 % de los alumnos, pudieron justificar a través de trazos en el campo, que no importa cómo se mueva la transversal, ya que siempre se estará cumpliendo la proporcionalidad de los lados.

En la hoja número cuatro los resultados muestran que pudieron aplicar correctamente el teorema de Tales; sin embargo hubo alumnos que no concluyeron correctamente el problema planteado, debido a la mala redacción de la proporción o no pudieron hacer el despeje de la variable que representaba el lado desconocido.

Otra característica relevante de los resultados es que antes del tratamiento, los alumnos no podían trazar dos rectas paralelas, sin embargo en la secuencia tres, los alumnos trazaron con cuerdas y estacas rectas paralelas cortadas por dos transversales; además pudieron verificar que cuando se mueven las transversales, se sigue conservando la proporcionalidad de los segmentos correspondientes. Todo lo anterior sustenta que la aplicación de las secuencias didácticas, si fortaleció de manera significativa la comprensión del teorema de Tales. Se pudo observar durante el segundo bimestre del ciclo escolar 2011-A, que los alumnos demostraron habilidad en la realización de algunos ejercicios que involucran la aplicación de este teorema.

Capítulo 5. Comentarios y observaciones

Tal como menciona Moreno (1998), “Resolver problemas en el sentido amplio, exige del estudiante una comprensión que va más allá de este primer nivel.

La comprensión es algo que no puede ser transmitida, es el estudiante quien debe construirlo con sus propios medios y que el profesor debe reconocer y propiciar”.

La implementación de las secuencias didácticas influyó de manera positiva en la comprensión de los temas de proporcionalidad, paralelismo y por tanto del teorema de Tales. Se observaron durante la aplicación del tratamiento algunas dificultades de los alumnos al escribir de manera incorrecta las proporciones, propiciando el fracaso en la solución correcta de los ejercicios. Sin embargo, la ejecución de algunas actividades en el pizarrón propició una mejora en el planteamiento correcto de éstos, generándose así la comprensión de los temas. Cabe también mencionar que las actividades que se realizaron fuera del aula de clases, tal como el trazo de rectas paralelas cortadas por dos transversales, permitió en los alumnos la visualización directa del teorema de Tales.

A partir de los resultados obtenidos, tal como lo muestran las hojas de trabajos, se observa en los alumnos un mayor nivel de comprensión en los temas inicialmente propuestos, por tanto se considera que se cumplieron los objetivos de la propuesta.

Pensando tal vez en los diferentes tipos de aprendizajes de los alumnos, las secuencias didácticas deben de diseñarse de tal manera que involucren actividades auditivas, kinestésicas y visuales. Debe también considerarse el medio ambiente que envuelve a los alumnos, ya que en aulas con escasa ventilación, cualquier secuencia por muy bien diseñadas que esté siempre tenderá al fracaso. La motivación también es un factor muy importante, se cree que para que el alumno se entregue a la ejecución de cualquier actividad, debe haber algo que le haga entregarse y esto no es precisamente los puntos extras que pueda recibir, sino la importanciade ver ciertos temas y por supuesto la contextualización de los mismos.

Con respecto a los resultados obtenidos, una forma de mejorar las secuencias didácticas, sería a partir de mejorar los materiales utilizados, puede sustituirse la exposición en pizarra por la proyección de diapositivas en PowerPoint, la ejecución de ejercicios en un proyector de acetatos, o modelos didácticos donde el alumno pueda interactuar directamente con las actividades pertinentes.

Recomendaciones de mejora de las secuencias didácticas

Debido a los resultados obtenidos, se sugieren las siguientes recomendaciones para mejorar las secuencias.

1. Solución de ejercicios donde el alumno encuentre un valor desconocido en una proporción.
2. Diversificar los ejercicios, es decir que el alumno resuelva problemas con diferente grado de dificultad.
3. El alumno debe ser autor de su propio aprendizaje, deberá atreverse a tomar lápiz y papel y atreverse a resolver ejercicios, ya que uno de los obstáculos es precisamente el temor que existe en el alumno sobre lo que puede lograr por sí mismo.
4. Antes de que el alumno empiece a resolver cualquier ejercicio debe conocer los conceptos involucrados.
5. Cada vez el alumno plantee correctamente una proporción, éste debe ser capaz de verificar la igualdad aplicando la propiedad fundamental de las proporciones.

Conclusiones

El objetivo de la investigación consistió endiseñar actividades relacionadas con el teorema de Tales y verificar la comprensión del mismo, a través de las secuencias didácticas, asimismo fortalecer las competencias disciplinares básicas. Estas competencias se caracterizan por fomentar en el estudiante conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes.A través de las actividades planteadas en las secuencias, se buscó que los estudiantes aplicaran los conocimientos en la solución de ejercicios y también mejoraran su argumentación. Así mismo se realizaron actividades, donde el alumno pudo contrastar experimentalmente el teorema antes mencionado.Se coincide entonces con Martínez (2003) cuando expone que si existe aprovechamiento académico en los alumnos cuando se emplean herramientas promovidas intencionalmente.

Referencias Bibliográficas

1. Baldor, A. (2004).Álgebra. Publicaciones culturales
2. Baldor, A. (1997).Geometría Plana y del Espacio (Décimo cuarta reimpresión).México, Publicaciones culturales
3. De la Torre y Navarro, A. Metodología de la investigación MC Graw Hill.
4. Jiménez, R. (2007) Geometría y trigonometría. Pearson Educación, México, 2007.Primera edición.
5. Martínez S. (2003) La computadora en el aprovechamiento escolar de matemáticasTesis de maestría no publicada, Normal Superior de Yucatán, México.
6. Mezo, P. (1998) El manual de ejercicios resueltos en la enseñanza del cálculo diferencial e integral. Tesis de maestría no publicada, Normal Superior de Yucatán, México.
7. Moreno y waldegg (1998). La epistemología Constructivista y la didáctica de las ciencias¿Coincidencia o complementariedad?
8. Moreno, A. (1998) La epistemología constructivista y la didáctica de las ciencias: ¿Coincidencia o complementariedad? Sección de metodología y Teoría de la ciencia, Cinvestav. IPN
9. Perpectives en l'Ensyament de la GeometriapelsegleXXI; extraído desde http://www.euclides.org/articles/article2.htm#2.
10. ACUERDO número 442 por el que se establece el Sistema Nacional de Bachillerato, extraído desde http://www.reforma-iems.sems.gob.mx/
11. Rico, A. (2007) El cálculo diferencial en la carrera de Turismo mediante aplicaciones prácticas. Tesis de maestría, Normal Superior de Yucatán, México
12. Triola, F. (2004) Estadística. Novena edición. Pearson Educación , México
13. Thompson, J.(1996) Geometría. Limusa, México, DF
14. Universo Matemático. Recuperado el 22 de febrero de 2013 en http://hildebrandok.wordpress.com/geometria/

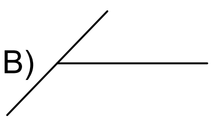
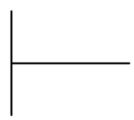
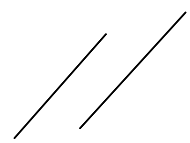
Anexo A

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE
QUINTANA ROO
CENTRO DE SERVICIOS NOH-BEC

NOMBRE_________________________________ FECHA________________

ESTE INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN FORMA PARTE DE UNA INVESTIGACIÓN, POR LO CUAL SE LE SOLICITA RESPONDA EN SU TOTALIDAD.

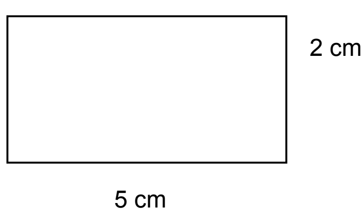
1. Elija la opción que represente un par de rectas paralelas

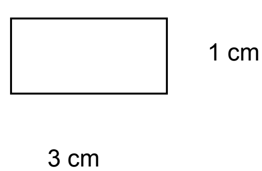
A) B)  C)  

2. Trace un par de rectas paralelas y dibuje dos rectas que la corten transversalmente.
3. Con ayuda de tu escuadra, trace un par de rectas paralelas
4. ¿Qué es una proporción?
5. Elija la opción que represente una proporción

A) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ B) $a + b = c + d$ C) $\frac{a+b}{c+d}$ D) $\frac{a}{b}$

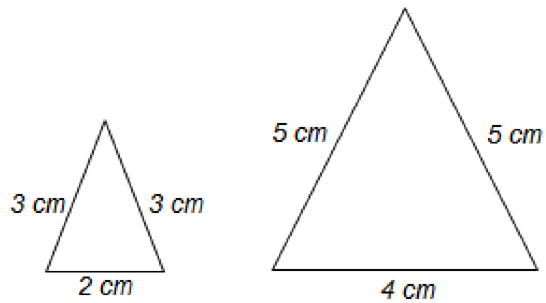
6. ¿Serán proporcionales los siguientes dibujos? Justifique su respuesta



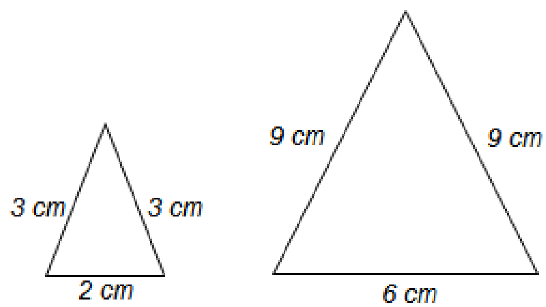


7. Elija la opción que represente un par de triángulos cuyos lados son proporcionales.

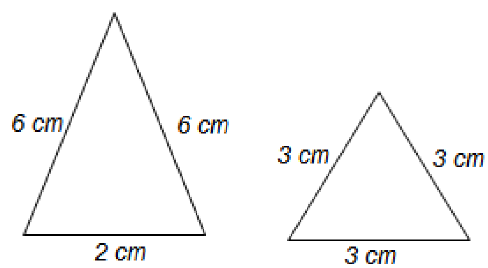
A)



B)



C)



8. Observe el siguiente par de dibujo

¿Qué opción presenta mejor estética? Justifique su respuesta

9. ¿Por qué crees que es importante el concepto de paralelismo proporcionalidad?

Anexo B

Población de estudio

No.	Nombre del alumno
1	Guillermo Kantun Escobar
2	Alexia L. Pacheco
3	Silvia Nicteha Pacheco
4	Neftalí Omar Peña
5	Ana Ruth Pérez Navarrete
6	Bany Lucia Serralta
7	Sandy Verónica Blanco
8	Indra Blanco
9	Celia Canul Tuz
10	Agustín Chablé Chan
11	Ernesto Martín Chan
12	Morelia Chan Rivas
13	Aron Manasés Díaz
14	Yolanda Flor Hernández
15	Jorge Ruiz Hernández
16	Edzon Ángel Herrera Ferral
16	Aldahir Martínez
18	SweteniaSharlyn Montalvo
19	Melchor Antonio Reyes G.
20	Ana Marisol Rodríguez
21	Arsenio Humberto serralta
22	Regina Chán V.
23	Sofia Alejandra Castan

Anexo C

Solicitud de apoyo

COLEGIO DE BACHILLERES

EMSaD NOH-BEC

Unidad Admva.: EMSaD Noh-Bec
Oficio No.:290/10-B.
Asunto: Se Autoriza aplicación de propuesta didáctica.

Noh-Bec, Quintana Roo; a 14 de Diciembre del 2010.

Lic. Arturo Gómez de los Santos
Docente del EMSaD Noh-Bec
Chetumal, Q. Roo
P r e s e n t e:

Con base a su oficio con fecha 26 de octubre del año 2010, en donde solicita la autorización para implementar una propuesta didáctica "Comprensión del teorema de tales, basado en la resolución de ejercicios". Por este medio tengo a bien en informarle la autorización para la aplicación de dicho propuesta.

Sin otro particular por el momento, reciba un cordial saludo, y al mismo tiempo desearle éxito.

A t e n t a m e n t e
La Coordinadora del EMSaD.
NOH-BEC

Lic. Blanca Celmy Arceo Borges

COORDINACIÓN